3.

mezinárodní soustava jednotek SI

7 základních jednotek +
odvozené jednotky (násobky a díly)
(SI akceptuje souběžné používání
mimosoustavových jednotek – minuta
hodina, eV; AU ...)

Zákl. jedn.

veličina	značka	jednotka	značka
délka	l	metr	m
hmotnost	m	kilogram	kg
čas	t	sekunda	s
el. proud	I	ampér	A
termodyn. teplota	T	kelvin	K
látkové množství	n	mol	mol
svítivost	I	kandela	cd

násobky a díly

DÚ
násobky a díly
+ počítání s mocninami desíti

příklady odvozených jednotek

rychlost $v = \frac{s}{t}$ $[v] = \frac{[s]}{[t]} = \frac{m}{s}$

hustota $\rho = \frac{m}{V}$ $[\rho] = \frac{[m]}{[V]} = \frac{kg}{[a]\cdot[b]\cdot[c]} =$

$V = a \cdot b \cdot c$

$= \frac{kg}{m \cdot m \cdot m} = \frac{kg}{m^3} = kg \cdot m^{-3}$

energie $E = m \cdot h \cdot g \Rightarrow [E] = [m] \cdot [h] \cdot [g] =$

$= kg \cdot m \cdot m/s^2 = kg\, m^2 \cdot s^{-2}$

$\underline{\underline{J = kg\, m^2 s^{-2}}}$

zrychlení má jednotku m/s^2 $[g] = m \cdot s^{-2}$

odvoďte jednotku síly

$F = m \cdot g = [m] \cdot [g] = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n \text{ činitelů}}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\frac{1}{s} = s^{-1} \qquad [v] = m/s = \frac{m}{s}$$

$$\frac{1}{s^2} = s^{-2} \qquad [g] = \frac{m}{s^2} = m \cdot s^{-2}$$

Skalární a vektorové veličiny

skalár (skalární veličina)

- je veličina, která je úplně určena svou velikostí

např.: hmotnost
hustota
energie
elektrický náboj

vektor - vektorová veličina

- je určen velikostí a směrem

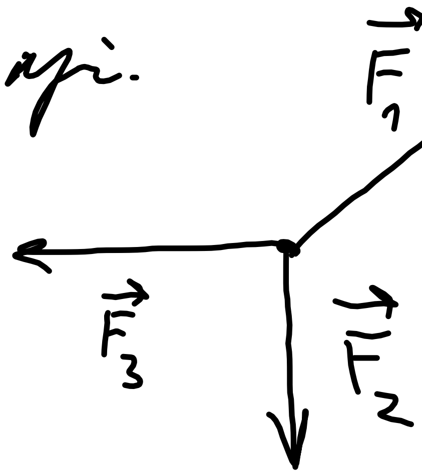
např. rychlost

síla

posunutí

Vektorové veličiny znázorňujeme šipkou a označujeme šipkou nad veličinou.

např.



dú opakování:
skládání a rozklad sil

Př: $V_0 = 22\,l = 22 \cdot 10^{-3}\,m^3$

$N_0 = 6 \cdot 10^{23}$ částic

$V = 1\,pm^3 = 10^{-12 \cdot 3}\,m^3 = 10^{-36}\,m^3$

N ... počet molekul v $1\,pm^3$.

$$N = \frac{V}{V_0} \cdot N_0 = \frac{10^{-36}}{22 \cdot 10^{-3}} \cdot 6 \cdot 10^{23} = \frac{6}{22} \cdot 10^{-36+3+23} =$$

$$\doteq 0{,}3 \cdot 10^{-10} \text{ částic} \doteq 0 \text{ částic}.$$

a v $1\,\mu m^3$?

$V = 1\,\mu m^3 = 10^{-18}\,m^3$

$$N = \frac{10^{-18} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{22 \cdot 10^{-3}} \doteq 0{,}27 \cdot 10^{8} =$$

$$= 27 \cdot 10^{6} \text{ částic}$$

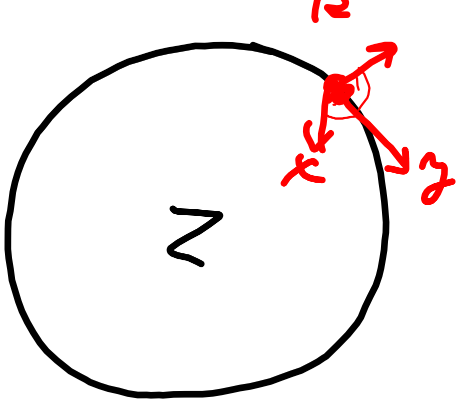
<u>Hmotný bod</u> – model tělesa, jehož rozměry zanedbáváme

<u>Vztažná soustava</u>:

vztažné těleso

(na něm) vztažný bod

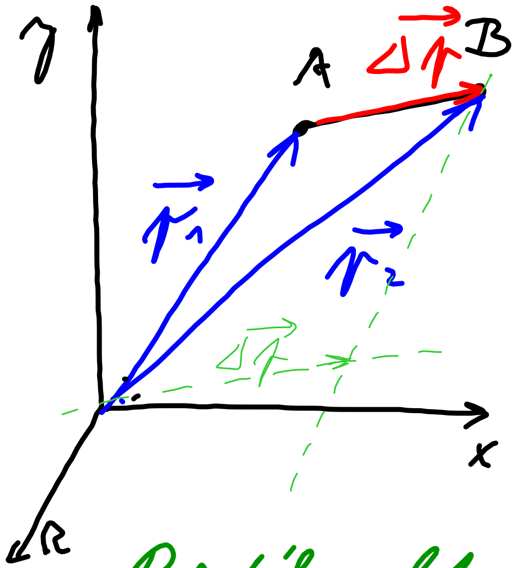
soustava souřadnic



příště – prověrka

poznámka:

polohový vektor



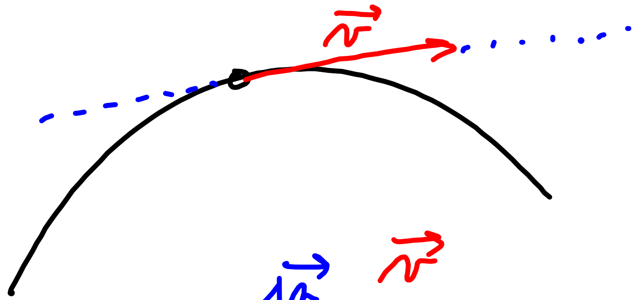
$\Delta\vec{r}$ je vektor posunutí, který popisuje pohyb hmotného bodu z A do B.

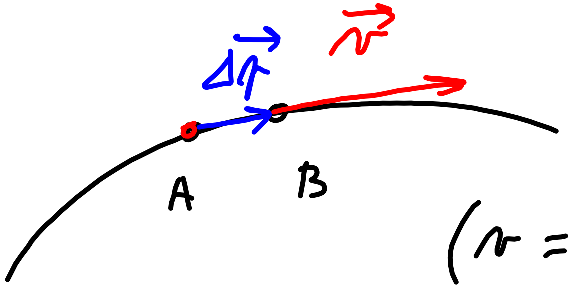
$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\left(\Delta\vec{r} + \vec{r}_1 = \vec{r}_2\right)$$

Rozdíl vektorů $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ hledáme tak, aby platilo: $\Delta\vec{r} + \vec{r}_1 = \vec{r}_2$.

rychlost $\vec{v}$ má v každém bodě trajektorie směr tečny





$\left(v = \frac{s}{t} \;;\; s = |AB| = |\Delta \vec{r}| \right)$

$v = \frac{\Delta r}{t}$ navíc: $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{t}$

t ... doba posunutí z A do B – ozn. Δt

$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ pro $\Delta t \to 0$

$\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ se blíží okamžité rychlosti

Rovnoměrný pohyb - stálý...

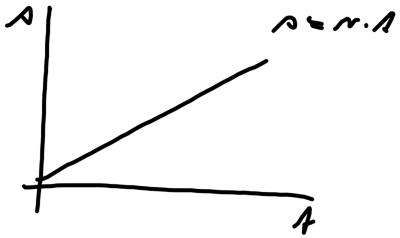
dráha ... s

čas .... t

dráha narůstá rovnoměrně s časem (přímá úměrnost $y = k \cdot x$).

$s = v \cdot t$

v ... konstanta úměrnosti



(pohyb, který není rovnoměrný, je nerovnoměrný)

Průměrná rychlost nerovnoměrného pohybu:

$$v_p = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

; jednotka $[v] = m/s$

nebo $\frac{m}{s}$; $m \cdot s^{-1}$

DÚ ú4/34

novější vydání ú4/38

Příklady na průměrnou rychlost:

Př.: Auto jelo nejprve půl hodiny rachlostí 40 km/h a pak se pohybovalo rychlostí 90 km/h.

a) Spočtěte průměrnou rychlost automobilu, jestliže se rychlostí 90 km/h pohyboval 20 minut?

b) Jak dlouho by musel jet "devadesátkou", aby dosáhl průměrné rychlosti 85 km/h?

a) $v_1 = 40\,km/h$
$t_1 = 0{,}5\,h$
$v_2 = 90\,km/h$
$t_2 = 20\,min = 0{,}\overline{3}\,h$

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{40 \cdot 0{,}5 + 90 \cdot 0{,}\overline{3}}{0{,}5 + 0{,}\overline{3}} =$$

$$= \frac{20 + 30}{0{,}8\overline{3}} = \left(\frac{50}{\frac{5}{6}} =\right) \underline{\underline{60\,km/h}}$$

Průměrná rychlost automobilu je 60 km/h.

Př.: Automobil jel nejprve půl hodiny rychlostí 40 km/h a pak se pohyboval rychlostí 90 km/h.

a) Spočtěte průměrnou rychlost automobilu, jestliže se rychlostí 90 km/h pohyboval 20 minut?

b) Jak dlouho by musel jet "devadesátkou", aby dosáhl celkové průměrné rychlosti 85 km/h?

b) $v_1 = 40\,km$

$t_1 = 0{,}5\,h$

$v_2 = 90\,km/h$

$t_2 = ?$

$v_p = 85\,km/h$

$$v_p = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2}$$

$$85 = \frac{40 \cdot 0{,}5 + 90 t_2}{0{,}5 + t_2} \quad / \cdot (0{,}5 + t_2)$$

$$85 \cdot (0{,}5 + t_2) = 40 \cdot 0{,}5 + 90 t_2$$

$$42{,}5 + 85 t_2 = 20 + 90 t_2$$

$$22{,}5 = 5 t_2$$

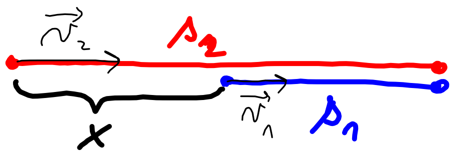
$$t_2 = 4{,}5\,h$$

Devadesátkou by musel jet 4,5 hodiny.

Návštivte také: http://msr.vsb.cz/sites/msr.vsb.cz/files/pdf/kp_zaklad_pozn_4096_1619_0.pdf

Domácí úkol
- poslední 3 příklady před kap. rovnoměrně zrychlený pohyb.

3/39 $v_1 = 2\,m/s$
$v_2 = 4\,m/s$
$s_0 = 12\,m$
$t = ?\ (t_1 = t_2 = t)$
$s_2 = ?$ (dráha rychlejšího)



hledáme rovnici - např.:

$s_2 - s_1 = x$ (dosadíme a řešíme)

$v_2 \cdot t - v_1 \cdot t = x$

$4t - 2t = 12$

$2t = 12$

$\underline{t = 6\,s}$ (ještě dráhu s_2)

$s_2 = v_2 \cdot t = 4 \cdot 6 = 24\,m$

Hmotné body se setkají za 6 s 24 m od počáteční polohy rychlejšího (druhého) bodu.

4/39 $v_T = 36\,km/h$

$v_A = 54\,km/h$

$\Delta t = 10\,min = \frac{1}{6}\,h$

$t_A = ?$

$s_A = ?$

---

môžeme riešiť rovnicu: $s_A = s_T$

$v_A \cdot t_A = v_T \cdot t_T$ (vieme, že $t_T = t_A + \Delta t$)

$v_A \cdot t_A = v_T \cdot (t_A + \Delta t)$

$54 t_A = 36 \left(t_A + \frac{1}{6}\right)$

$54 t_A = 36 t_A + 6 \quad / -36t$

$18 t_A = 6 \quad / \cdot \frac{1}{18}$

$t_A = \frac{1}{3}\,h$

$s_A = v_A \cdot t_A = 54 \cdot \frac{1}{3} = 18\,km$

Automobil pojede 18 km 20 minút, aby dostihol traktor.

5/39

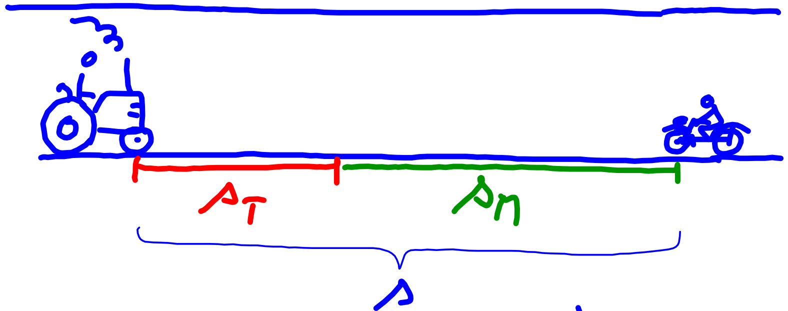
$s = 15\,km$

$v_T = 10\,m/s = 36\,km/h$

$v_M = 20\,m/s = 72\,km/h$

$t = ?\ (t_T = t_M = t)$

$s_T = ?$



sestavme rovnici mají: $s = s_T + s_M$

$$s = v_T \cdot t + v_M \cdot t$$

$$15 = 36t + 72t$$

$$15 = 108t$$

$$t = \frac{15}{108} = 0{,}13\bar{8}\,h = \underline{8\,min\ 20\,s}\ (=500\,s)$$

$$s_T = v_T \cdot t = \cancel{36}^{1} \cdot \frac{15}{\cancel{108}_{3}} = \frac{15}{3} = \underline{\underline{5\,km}}$$

Budou se míjet za 8 min a 20 s

5 km od místa, ze kterého vyjel traktor.

DÚ – navštivte adresu:

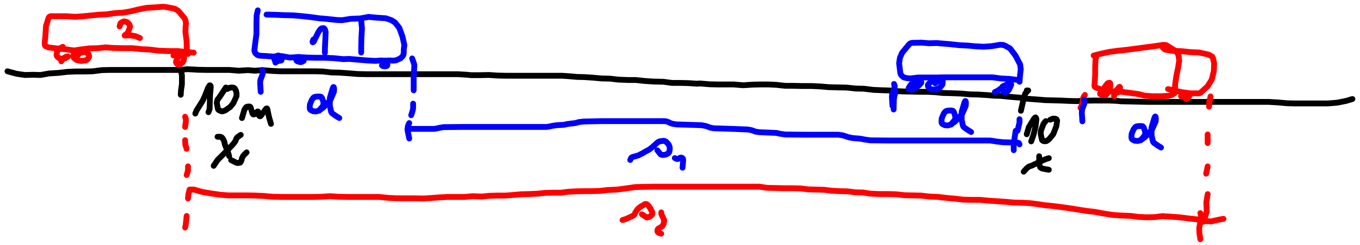
http://msr.vsb.cz/sites/msr.vsb.cz/files/pdf/kp_zaklad_pozn_4096_1619_0.pdf

ú 6/44 (nové vydání) Př.: Předjíždění kamionů...

K1 $v_1 = 80\ km/h$ a) $t = ?$

K2 $v_2 = 85\ km/h$ b) $s = ?$

$d = 16\ m$ (délka kamionu) $= 0{,}016\ km$



$s_1 = v_1 t$; $s_2 = v_2 t$; $x = 10\ m = 0{,}01\ km$

$s_2 = s_1 + 2x + 2\cdot d$

$v_2 t = v_1 t + 2x + 2\cdot d$

$85t = 80t + 2\cdot 0{,}01 + 2\cdot 0{,}016$

$5t = 0{,}052$

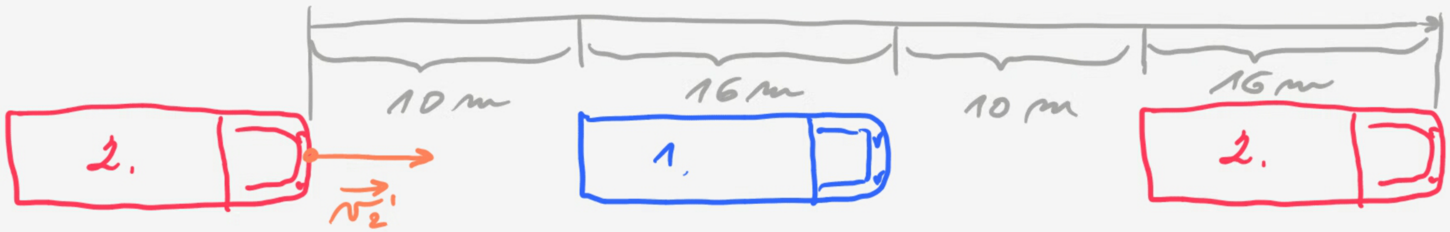
$t = 0{,}0104\ h = 37{,}44\ s$

$s_1 = 80\cdot 0{,}0104 = 0{,}832\ km = 832\ m$

$s_2 = 85\cdot 0{,}0104 = 0{,}884\ km = 884\ m$

Předjíždění bude trvat 37,44 sekund a druhý kamion urazí k tomu bude potřebovat dráhu 884 metrů.

pohledem z 1. kamionu:



uvažujme pohyb vzhledem k 1. kam.

$v_2' = 5$ km/h – rychlost vzhledem k prvnímu

dráha vzhledem k 1. kamionu:

$s' = 10 + 16 + 16 + 10 = 52$ m

$v_2' = 5$ km/h $=$

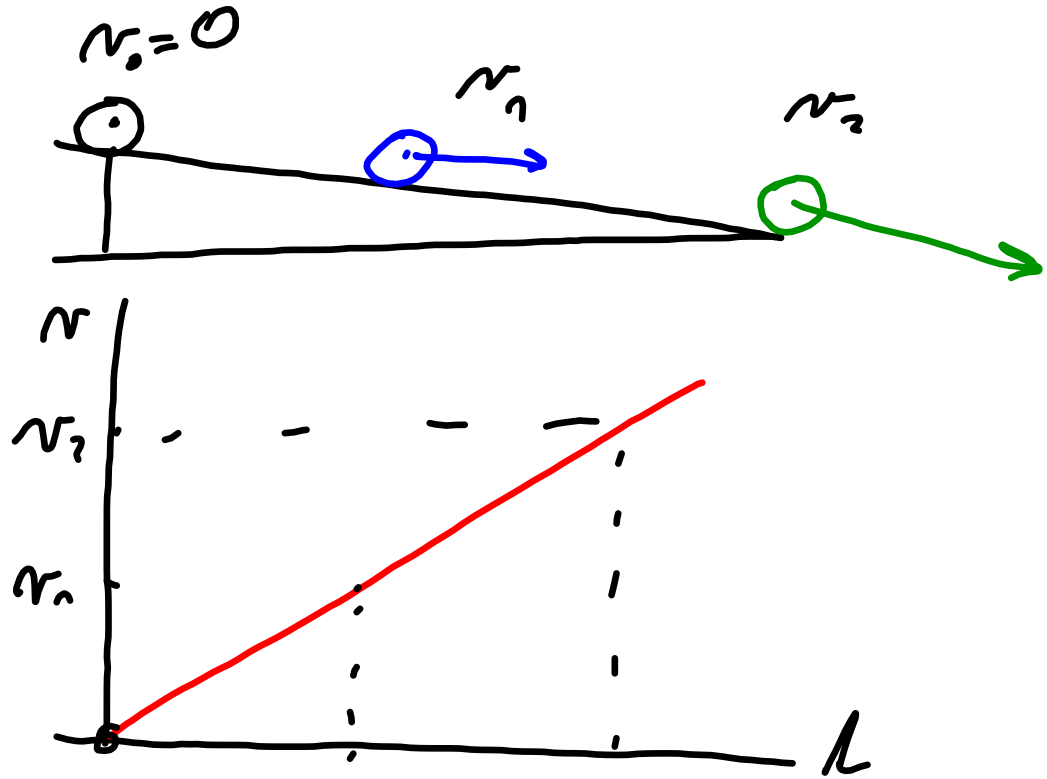
$t = \frac{s}{v_2'} = \frac{52}{1{,}3\overline{8}} = \underline{37{,}44 \text{ s}}$

v_2' $1{,}3\overline{8}$ m/s

Rovnoměrně zrychlený pohyb

- pohyb, jehož rychlost roste rovnoměrně s časem

např. pohyb po nakloněné rovině



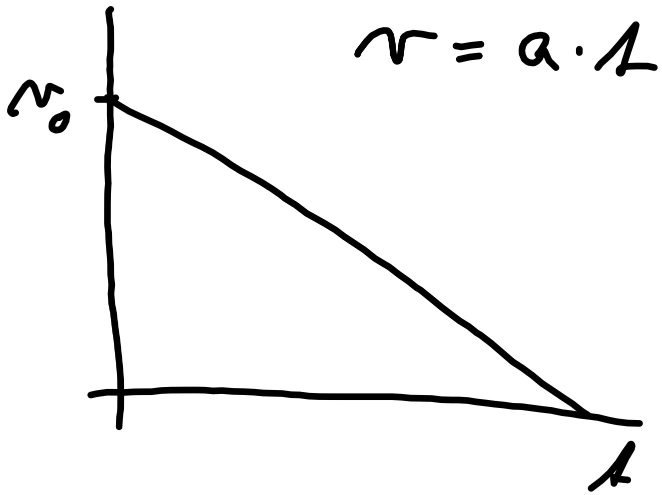
pozn. „záporné zrychlení".

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$$

$$v = at + v_0$$

pro $a > 0$ ... rovnoměrně zrychlený pohyb.

$v = a \cdot t + v_0$ pro $a < 0$ ... rovnoměrně zpomalený pohyb.



pr: U4/49

$t = 40\,s$

$v_1 = 80\,km/h = 22{,}\overline{2}\,m/s$

$v_2 = 60\,km/h = 16{,}\overline{6}\,m/s$

$a = ?$

$s = ?$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{16{,}\overline{6} - 22{,}\overline{2}}{40} = \frac{-5{,}\overline{5}}{40} = \underline{-0{,}13\overline{8}\,m/s^2}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0 \quad ; \quad v_0 = v_1 = 22{,}2\,m/s, \quad s_0 = 0$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_1 t = \frac{1}{2}\cdot(-0{,}13\overline{8})\cdot 40^2 + 22{,}2\cdot 40 =$$

$$= 777{,}\overline{7}\,m \doteq \underline{778\,m}$$

ú 3/49

$v_0 = 40\,km/h = 11{,}\bar{1}\,m/s \left(= \frac{40{,}0}{3{,}6}\right)$

$s = 12{,}5\,m$

$a = ?$

$t = ?$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - v_0}{t}$

$t \ldots ?$

$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$ $\qquad 12{,}5 = \frac{1}{2} \frac{-v_0}{t} \cdot t^2 + v_0 t$

$a = \frac{-v_0}{t}$ $\qquad 12{,}5 = -0{,}5 \cdot 11{,}1 \cdot t + 11{,}\bar{1} \cdot t$

$\qquad 12{,}5 = t \cdot (11{,}\bar{1} - 0{,}5 \cdot 11{,}\bar{1})$

$a = \frac{-11{,}\bar{1}}{2{,}25} \doteq \underline{\underline{-4{,}94\,m/s^2}}$ $\qquad 12{,}5 = 0{,}5 \cdot 11{,}\bar{1} \cdot t$

$\qquad \underline{t = 2{,}25\,s}$

Volný pád - příklady

$v = gt$

$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad \left(h = \frac{1}{2}gt^2\right)$

Př: str. 50

$h = 20\,m$

$v = ?$

$v = g \cdot t$

$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad / \cdot \frac{2}{g}$

$\frac{2h}{g} = t^2$

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$= \frac{1 \cdot \cancel{g}t^2}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{\cancel{g}}$

dosadím

$v = gt = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} =$

$\doteq 10 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = 10 \cdot 2 = 20$

$v = 20\,m/s$

Př jak hluboká je studna, když kámen do ní padá 3 s?

$t = 3\,s$

$h = ?$

$h = \frac{1}{2} g t^2 \doteq \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2 = \underline{\underline{45\,m}}$

pozn. řešení kvadratické rovnice (s nezn. x)

rovnici uspořádáme:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad ; a, b, c \in R \text{ (koeficienty)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

PF: $v = 50\,km/h = 13{,}\overline{8}\,m/s$

$h = ?$ $\quad (g \doteq 10\,m/s^2)$

$h = \frac{1}{2} g t^2$

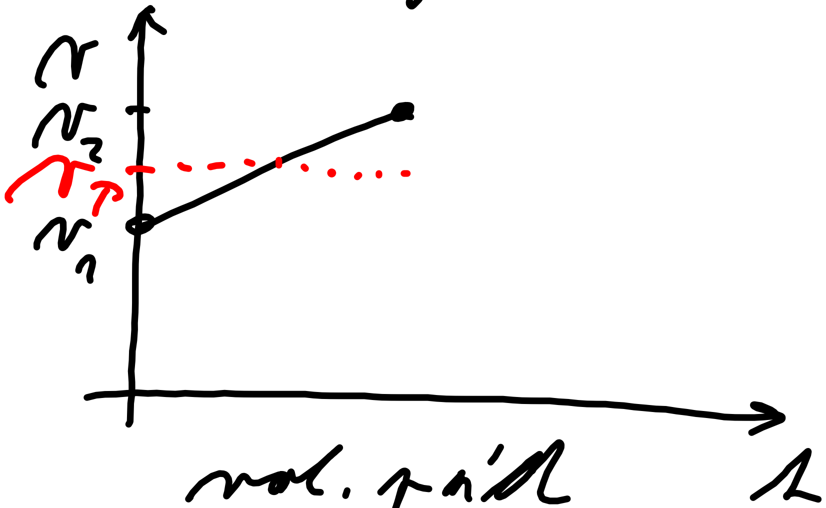
$v = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v}{g}$

$h = \frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{v}{g}\right)^2 \doteq \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot \left(\frac{13{,}\overline{8}}{10}\right)^2 \doteq 5 \cdot 1{,}929 =$

$\doteq \underline{9{,}645\,m} \doteq 10\,m$

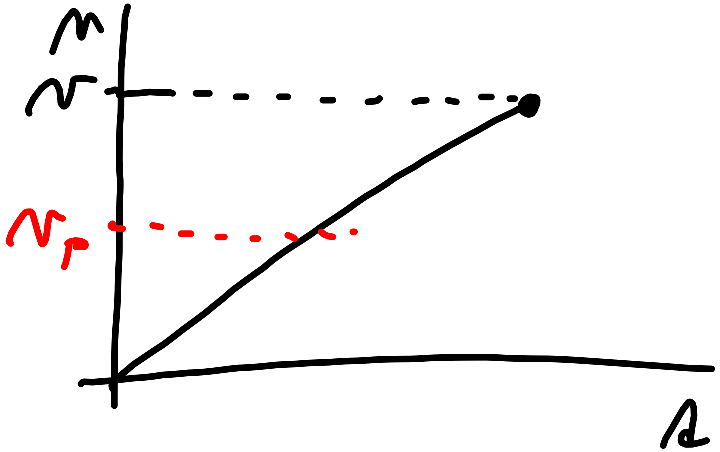
(pro $g = 9{,}81\,m/s^2 \Rightarrow h \doteq 9{,}832\,m$)

pozn. prům. rychlost vol. pádu (rovnom. zrychl. pohybu)



$$v_p = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

vol. pád



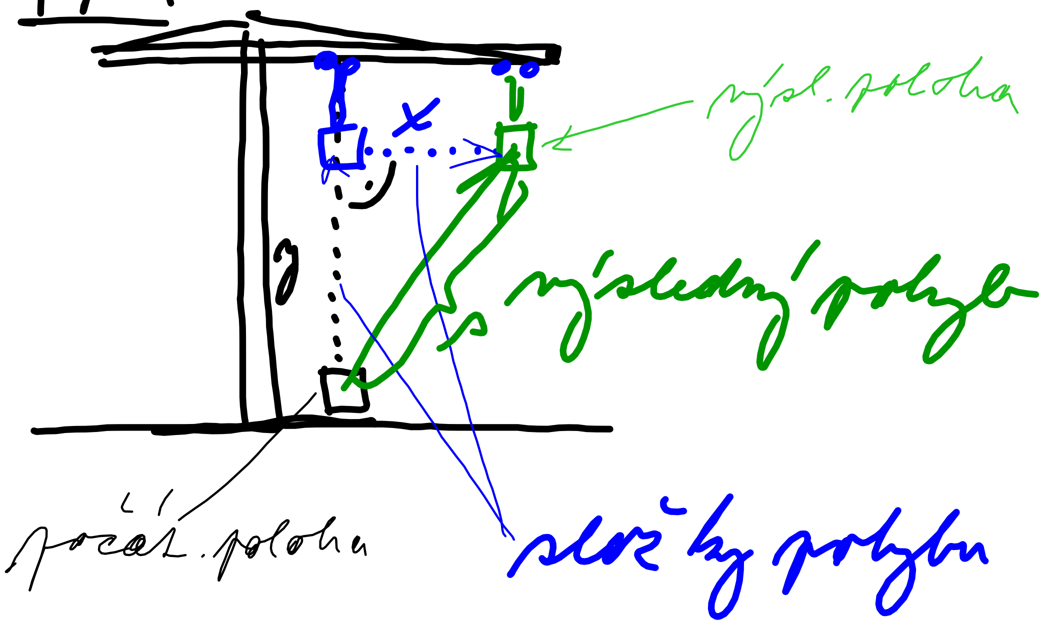
$$v_p = \frac{1}{2} v$$ (polovina výsledné rychl.)

Dú příklady z uč.

Skládání pohybů a rychlostí

(rovněžka)

Př.:



zadání ....

$y = 4\,m$

$x = 3\,m$

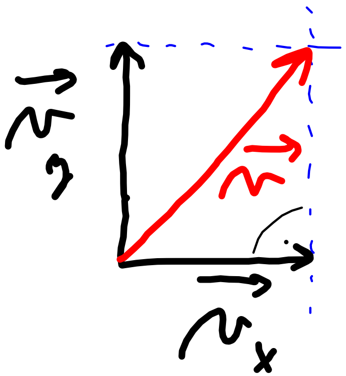
Výsledná dráha se dá spočítat pomocí:

$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\ m$

Př: $v = ?$

$v_y = 0{,}5\ m/s$

$v_x = 0{,}3\ m/s$



$$v = \sqrt{v_y^2 + v_x^2} = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}3^2} =$$

$$= \sqrt{0{,}25 + 0{,}09} = \sqrt{0{,}34} =$$

$$\doteq \underline{0{,}58\ m/s}$$

Př. Jakou rychlostí (vzhledem ke břehu) se pohybuje loď na řece, jejíž proud má rychlost 2 m/s a rychlost lodi (vzhledem k vodě v řece) je 4 m/s. Loď je natočená

a) kolmo ke břehu [4,47 m/s]

b) 30° vzhledem ke břehu - proti proudu [2,47 m/s]

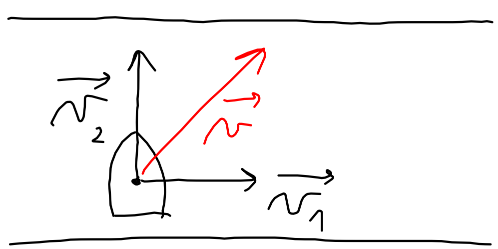
c) jaký úhel (se směrem řeky) svírá výsledná rychlost? [54°]

DÚ

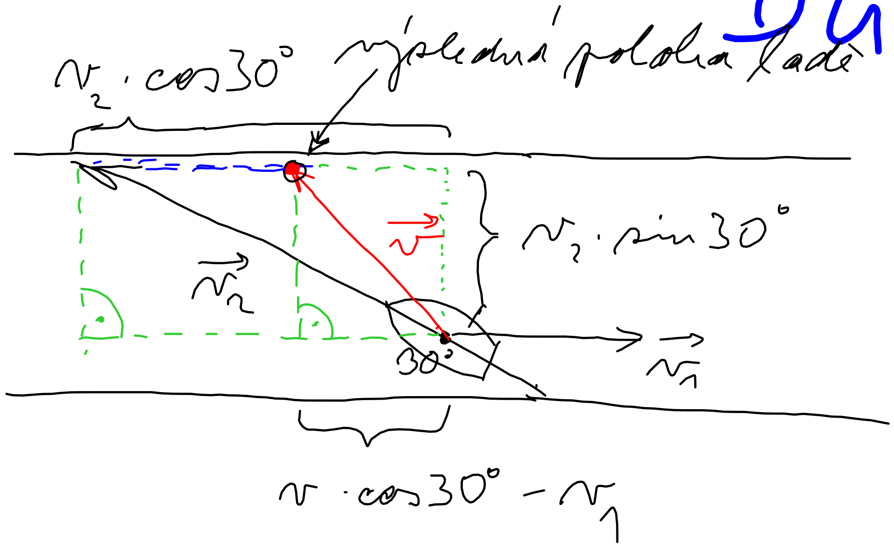
$v_1 = 2\ m/s$

$v_2 = 4\ m/s$

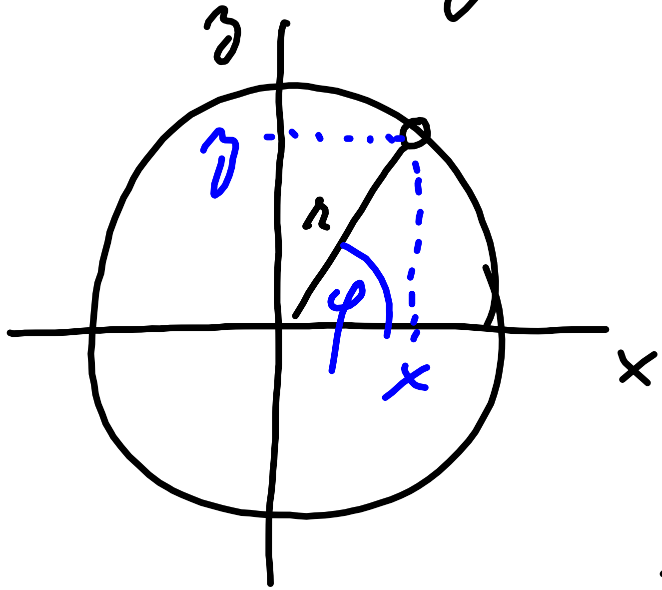
a)



b)



Rovnoměrný pohyb po kružnici



zavádíme úhlové veličiny

úhlová dráha φ $\quad s = \varphi \cdot r$

úhlová rychlost ω $\quad v = \omega \cdot r$

perioda T

frekvence $f = \frac{1}{T}$

Př: $\omega = ?$

$f = 1\ \text{Hz}$

$\left(\begin{array}{l} 1\ \text{ot}/s\ \ 1\ \frac{1}{s} \\ 1\ \text{ot}/s = 1 s^{-1} = 1\text{Hz} \end{array} \right)$

1 otáčka $\varphi = 2\pi$

doba $t = 1\,s$

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t}} = 2\pi\, s^{-1}$$

Kolo má úhlovou rychlost 2π radiánů za sekundu. $(\omega = 2\pi\, s^{-1})$

obecně

$\omega = \frac{\varphi}{t}$ pro $\varphi = 2\pi$ je čas $t = T$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \qquad \frac{1}{T} = f$

$\underline{\omega = 2\pi f}$

Př: $\omega = ?$

$\underline{f = 6\,000\ \text{ot/min} = 100\ \text{Hz}}$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 100 \doteq 628\ s^{-1}$

PF: $f = 360$ ot/min $= 6$ Hz

$r = 0{,}5$ m

$v = ?$

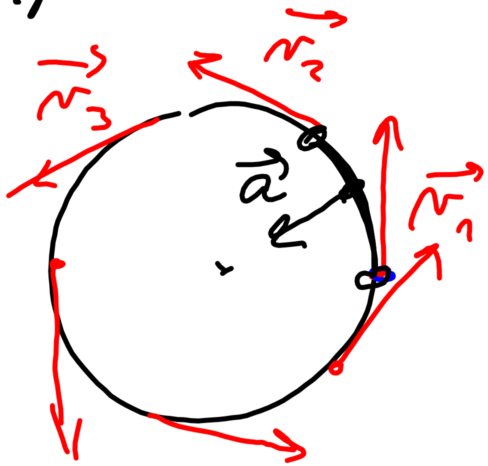
$v = \omega \cdot r$

$\omega = 2\pi f$

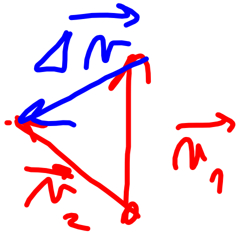
$v = 2\pi f \cdot r = 2\pi \cdot 6 \cdot 0{,}5 = 6\pi \doteq$

$= \underline{18{,}8 \text{ m/s}}$

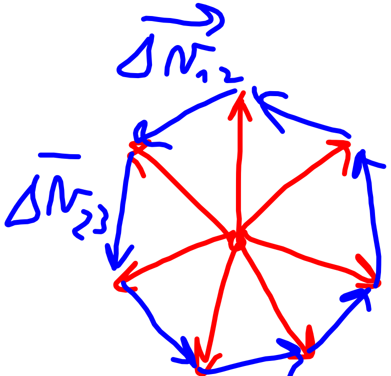
zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici



$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$



$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



$$a = \frac{2\pi v}{T}$$

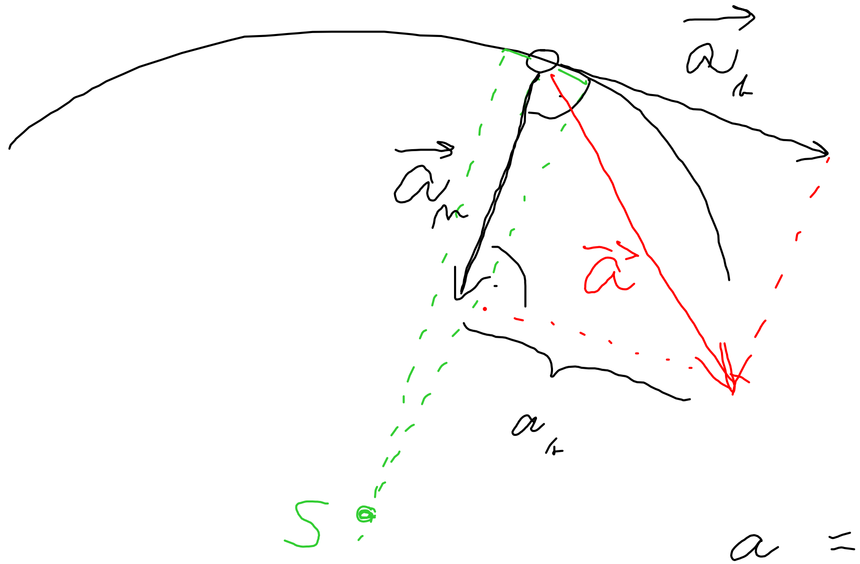
dostředivé zrychlení $a_d = \frac{2\pi v}{T} = \underline{\omega \cdot v}$

Příklady ... $a_1 = ?$; dáno f; r

" v; r

Zrychlení při nerovnoměrném křivočarém pohybu

16/12 2015 (~~30/11~~ 2011)



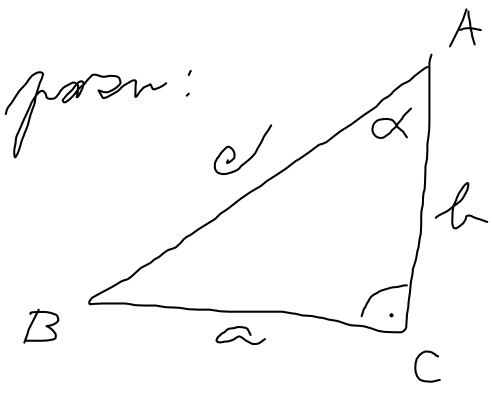
a_t ... tečné zrychlení

a_n ... normálové zrychl.

a ... zrychlení (výsledné)

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

pozn.:



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

4.1.2016 – dotazy k příkladům; příklady na pohyb po kruž. a dohodneme termín na prověrku „pohyb po kružnici"

Pr: $a_d = ?$

$f = 75\,Hz$

$r = 50\,cm = 0{,}5\,m$

$$a_d = \omega^2 \cdot r = 2^2\pi^2 f^2 \cdot 0{,}5 = 2 \cdot \pi^2 \cdot 75^2 = 111\,033\,m/s^2$$

$$\left((2\pi f)^2 = 2^2 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \right)$$

Př 1/60 $a = ?$

$f = 6{,}5\ Hz$

$r = 0{,}45\ m$

$$a_d = \omega^2 \cdot r = (2\pi f)^2 \cdot r = (13\pi)^2 \cdot 0{,}45 =$$

$$\doteq 1667{,}9631 \cdot 0{,}45 \doteq \underline{750{,}58\ m/s^2}$$

6.1.2016 - pohyb po kružnici - prověrka

Pohybový zákon

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Rovnici $F = m \cdot a$ říkáme pohybová rovnice

PF:

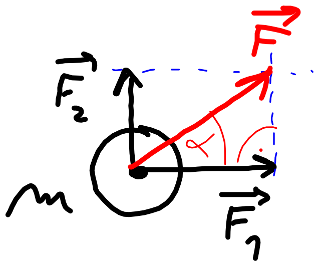
$m = 0{,}2\ \mathrm{kg}$

$F_1 = 4\ \mathrm{N}$

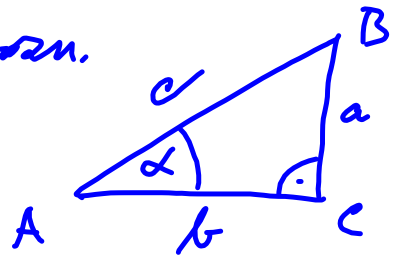
$F_2 = 3\ \mathrm{N}$

$\alpha = ?$

$a = ?$



pozn.



$\sin\alpha = \frac{a}{c}$ $\left(\frac{\text{protilehlá odv.}}{\text{přepona}}\right)$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

– opačné (inverzní) funkce
arcsin, arccos, arctg
kalk.: arcsin ozn. $\sin^{-1}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{F_2}{F_1} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \Rightarrow \alpha \doteq 36{,}9^\circ$

$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{16+9} = 5\ \mathrm{N}$

$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{5}{0{,}2} = 25\ \mathrm{m/s^2}$

$F = ma \ /:m$

$\frac{F}{m} = a$

příklad (viz dříve

před dějem (odraz vozíků) byly hybnosti nulové

po ději (odrazu)

$p_1 = 2\ kgm/s$

$p_2 = 2\ kgm/s$

$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$

$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$ ... po ději je součet hybností (celková hybnost) opět nulová

obecně platí:

Zákon zachování hybnosti

(celková změna hybnosti způsobená vnitřními silami je nulová. nebo:)

Celková hybnost izolované soustavy se nemění.

$\vec{P}$ ... celková hybnost

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \vec{P} = \text{konst.}$$

---

pro řešení příkladů: P_1 ... hybnost před

P_2 ... hybnost po srážce

$P_1 = P_2$ pro dvě tělesa 1 a 2 $(m_1 v_1, m_2 v_2)$

1. těleso m_1 a rychlosti v_1 (před) a v_1' (po srážce)
2. těleso m_2 v_2 (před) a v_2' (po srážce)

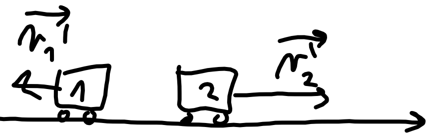
---

zvolme směr pohybu; rychlosti „vpravo" označíme kladně, rychlosti „vlevo" - záporně

před

$$P_1 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

po srážce



$$P_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$P_1 = P_2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

Př: $m_1 = 3\,kg$ proti sobě

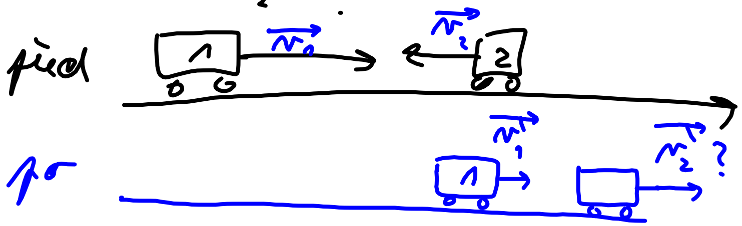
$m_2 = 2\,kg$

$v_1 = 5\,m/s$

$v_2 = -2\,m/s$

$v_1' = 0{,}5\,m/s$

$v_2' = ?$



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$3 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) = 3 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot v_2'$$

$$15 - 4 = 1{,}5 + 2 v_2 \quad / -1{,}5$$

$$9{,}5 = 2\, v_2$$

$$\underline{v_2 = 4{,}75\,m/s}$$ (v kladném směru)

Druhý vozík se při srážce odrazí a bude se pohybovat opačným směrem než před srážkou rychlostí 4,75 m/s.

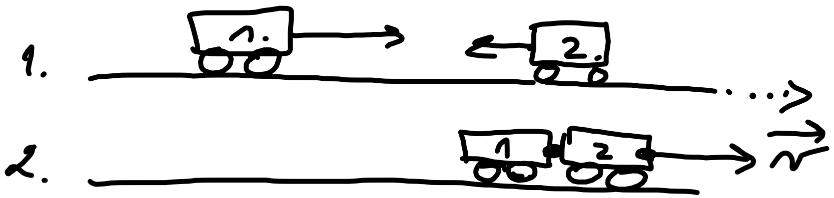
Př:

$m_1 = 3\,kg$ proti sobě, po srážce se

$m_2 = 2\,kg$ spojí $v_1' = v_2' = v'$

$v_1 = 5\,m/s$

$v_2 = -2\,m/s$



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'$$
$$3 \cdot 5 + 2 \cdot (-2) = (3+2) \cdot v'$$
$$15 - 4 = 5 \cdot v'$$
$$11 = 5 v'$$
$$v' = \frac{11}{5} = 2{,}2\ m/s$$

Vozíky se budou pohybovat spol. rychlostí 2,2 m/s ve směru 1. vozíku.

Př.: Dva vozíky jedou proti sobě a při srážce se spojí. Spočtěte výsl. rychl.

$m_1 = 5\,kg$ $\qquad v' = ?$

$v_1 = 3\,m/s$

$m_2 = 15\,kg$

$v_2 = -2\,m/s$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v'$$

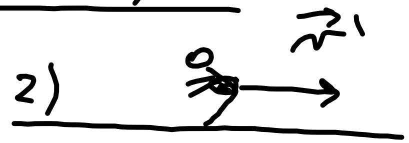
$$15 - 30 = 20 \cdot v'$$

$$-15 = 20 v'$$

$$v' = -\frac{15}{20} = \underline{-0{,}75\,m/s}$$

Po srážce se budou oba vozíky pohybovat rychl. 0,75 m/s ve směru hmotnějšího vozíku.

Šerif zastřelí padoucha (o hmotnosti 80 kg) střelou letící 500 m/s. Hmotnost střely je 80 g. Jakou rychlostí padouch odletí (když střela uvízne v jeho těle)?



$m_1 = 0{,}08\,kg$

$m_2 = 80\,kg$

$v_1 = 500\,m/s$

$v_2 = 0\,m/s$ $\qquad v' = ?$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\,v'$$

$$0{,}08 \cdot 500 = 80{,}08\,v'$$

$$80{,}08\,v' = 40$$

$$v' = 0{,}5\,m/s$$

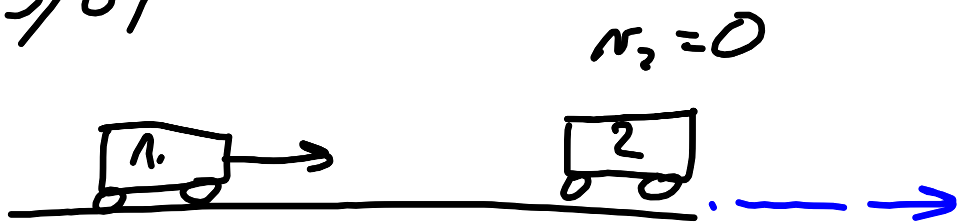
Padouch se ve směru střely bude pohybovat po zásahu rychlostí asi 0,5 m/s.

DÚ ... další úlohy podle učebnice; zpětný náraz pušky

S tou hmotností střely jsem to přehnal, .38 Long Colt 9,6 g 233 m/s. Pro rychlost padoucha by pak vycházela hodnota 0,028 m/s.

Ú 3/84

1)



2)

Ú 3/76

$m = 0{,}5\,kg$

$t = 3\,s$

$g \doteq 10\,m/s^2$

$p = ?$

$p = m \cdot v \;;\; v = g \cdot t$

$\underline{p = m \cdot g \cdot t}$

$F = mg$

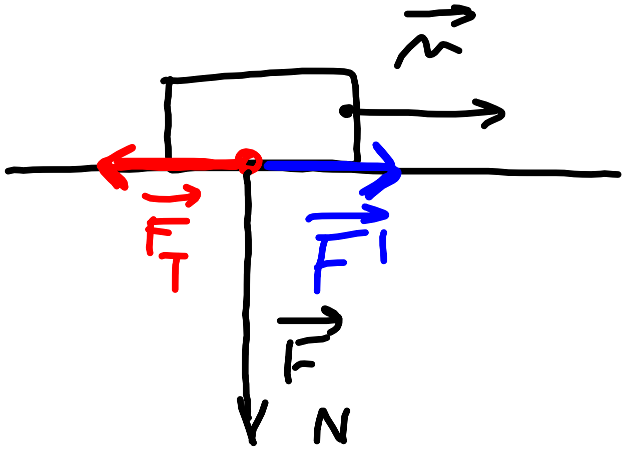
$F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$

$F = \dfrac{p}{t} \Rightarrow p = F \cdot t$

$\underline{p = m \cdot g \cdot t}$

Tření a valivý odpor

Třecí síla působí při smýkání...

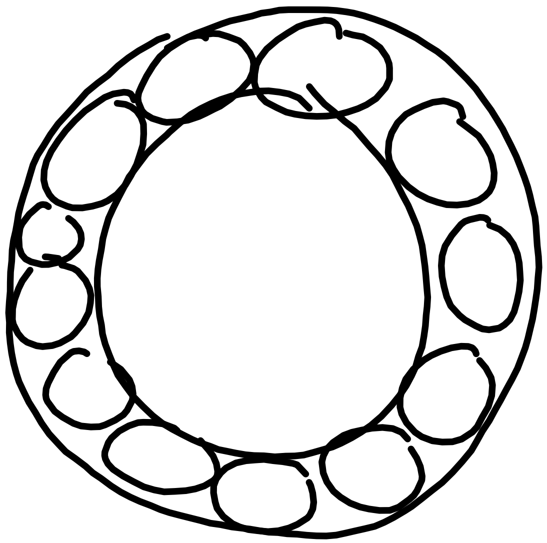


F_T ... třecí síla

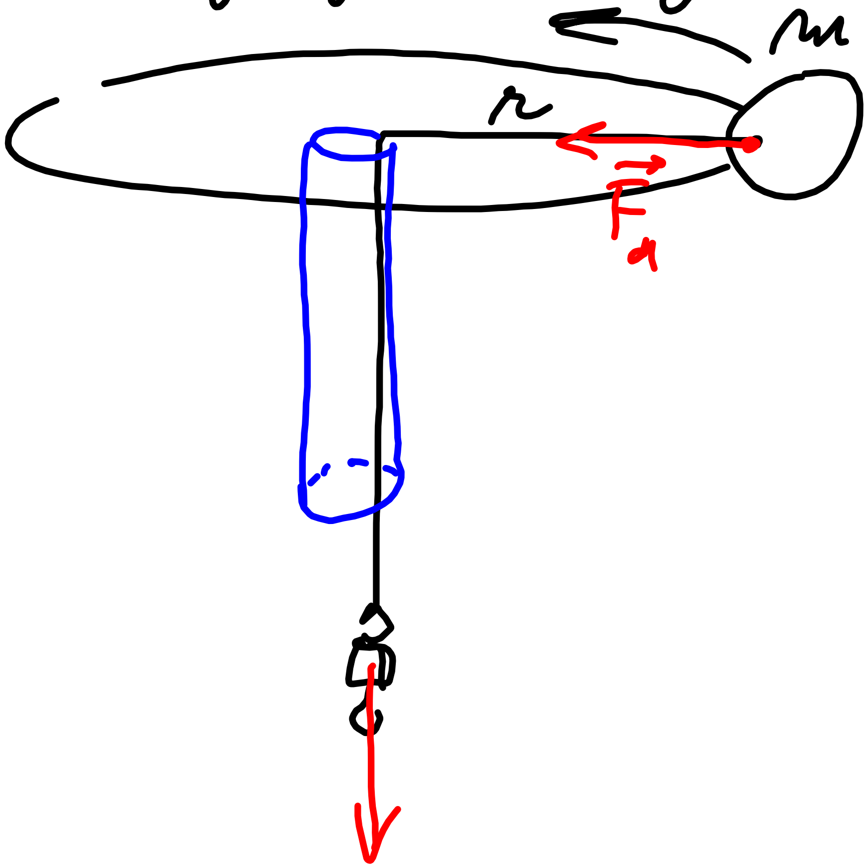
F_N ... tlaková síla

f ... součinitel smykového tření - závisí na kvalitě stykových ploch

$$F_T = f \cdot F_N$$

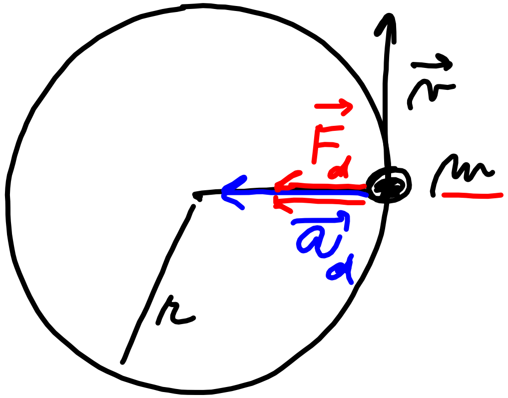


Dostředivá síla – působí kolmo na vektor okamžité rychlosti tělesa a zakřivuje jeho pohyb



F_d ... dostředivá síla

(pozn. opak. pohybu po kružnici)



dostředivá síla udílí tělesu dostředivé zrychlení

$$\boxed{\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}_d}$$

Př.: V jedoucím autobusu držíte tašku o hmotnosti 10 kg. Jaká na ni působí dostř. síla, jestliže autobus projíždí zatáčkou o poloměru 20 m rychlostí 36 km/h.

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$m = 10\,kg$

$v = 10\,m/s$

$r = 20\,m$

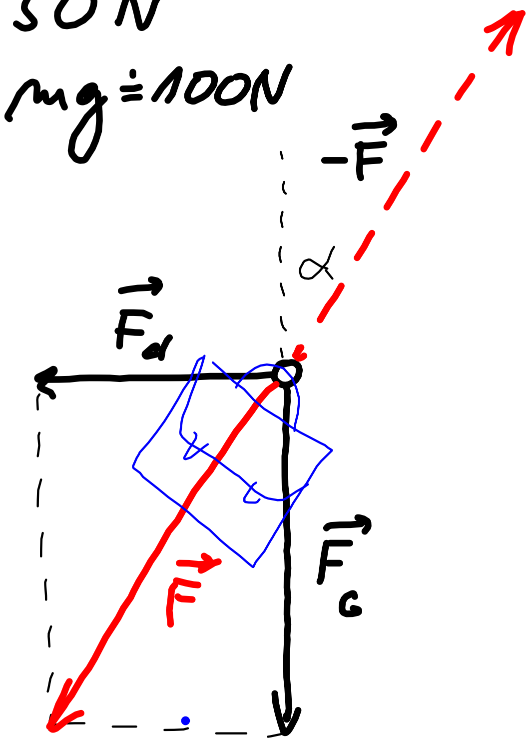
$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r} = 10 \cdot \frac{10^2}{20} = \underline{\underline{50\,N}}$$

D.Ú. Jakou výslednou silou musíte na tašku v autobuse působit?

D.Ú. Jakou výslednou silou musíte na tašku v autobuse působit?

$F_d = 50\,N$

$F_G = mg \doteq 100N$



$$F = \sqrt{F_d^2 + F_G^2} = \sqrt{12\,500} \doteq \underline{\underline{112\,N}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_d}{F_G} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\alpha \doteq 26{,}6^\circ}$$

Musíme působit silou o velikosti asi 112 N, která svírá se svislým směrem úhel 26,6°.

Jakou hodnotu musí mít součinitel smykového tření, aby autobus při této rychlosti nedostal smyknedostal smyk?

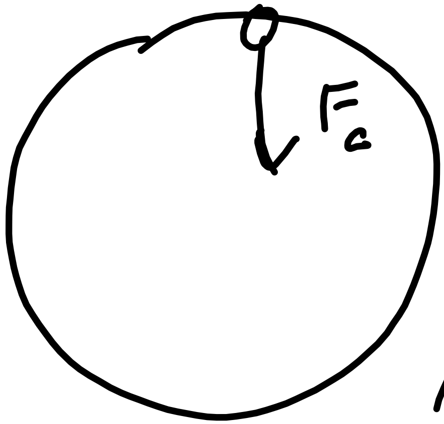
D.Ú. Jakou maximální rychlostí může projet automobil kruhovým objezdem v Hrabůvce? (na suchém asfaltu: f = 0,55 a na náledí: f = 0,1)

Jakou rychlostí musí jet motocykl v globu smrti? Předpokládejte poloměr r = 3 m. (Návod: předpokládejte, že v nejvyšším bodě dráhy musí být dostředivá síla alespoň rovna tíhové síle.)

video např.: http://www.globussmrti.cz/videogallery/lukas-hromadka-jako-navrhovany-host-show-jana-krause/

$\ldots \quad v \doteq 5{,}5\ \mathrm{m/s}$

$(19{,}7\ \mathrm{km/h})$



$$F_d \geq F_G$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = mg$$

Rotující vztažná soustava je neinerciální vzt. soustava, která se pohybuje s dostředivým zrychlením.

- v soustavě bude působit jedna setrvačná síla → odstředivá síla

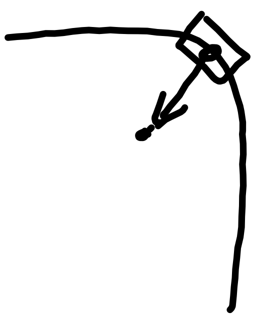
setrvačným zrychlením bude odstředivé zrychlení

$$\vec{F}_o = -\vec{F}_d$$

$$\vec{a}_o = -\vec{a}_d$$

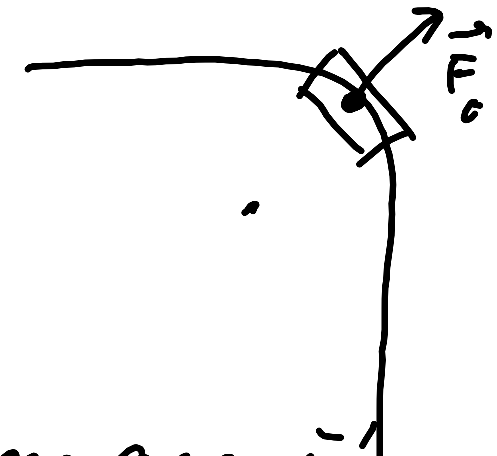
Dva pohledy na průjezd zatáčkou

1. vzhledem k okolí



Držadlo autobusu působí na pasažéra dostředivou silou a zakřivuje jeho pohyb

2. vzhledem k autobusu



na pasažéra působí odstředivá síla, která jej tlačí ven ze zatáčky

Př: $s = 1\,m$

$m = 70\,kg$

a) $v = 20\,km/h = 5{,}\bar{5}\,m/s$

b) $v = 40\,km/h = 11{,}\bar{1}\,m/s$

$v_p = \frac{v}{2}$

$s = v_p \cdot t \Rightarrow t = \frac{2s}{v} \quad a = \frac{v}{t} = \frac{v^2}{2s}$

$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{2s} = 70 \cdot \frac{5{,}\bar{5}^2}{2} \doteq \underline{\underline{1080{,}25\,N}}$

b) DÚ

Práce – je fyzikální veličina, ozn. W
je dána vztahem

$W = F \cdot s$ F… síla, která koná práci a působí ve směru posunutí
s… dráha, na které síla působí

jednotkou práce je 1 J (joule)
1 J – je práce, kterou vykoná síla 1 N působící (ve směru posunutí) po dráze 1 m.

Př: Spočítej práci při posunutí kostky po desce šk. lavice.
s = m (šířka lavice)

F = (tření)

Př: Vypočítej práci při posunutí knihy po desce šk. lavice.

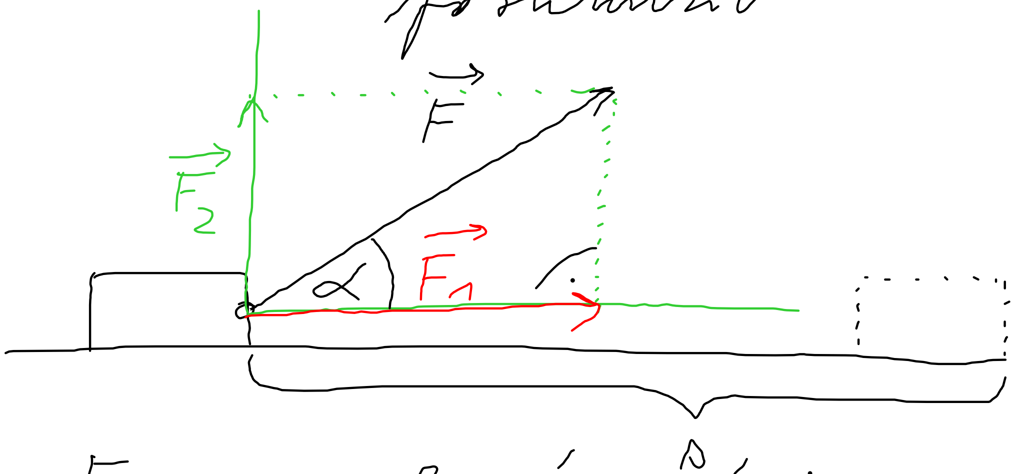
$s = 1{,}2\ \text{m}$ (šířka lavice)

$F = 0{,}4\ \text{N}$ (tření)

$W = F \cdot s = 0{,}4 \cdot 1{,}2 = \underline{0{,}48\ \text{J}}$

Pozn. Při přenášení břemene ve stejné výšce (rovnoměrným pohybem) nekonáme práci.
(práce kolmá ke směru posunutí nekoná práci)

α ... úhel, který svírá síla se směrem posunutí



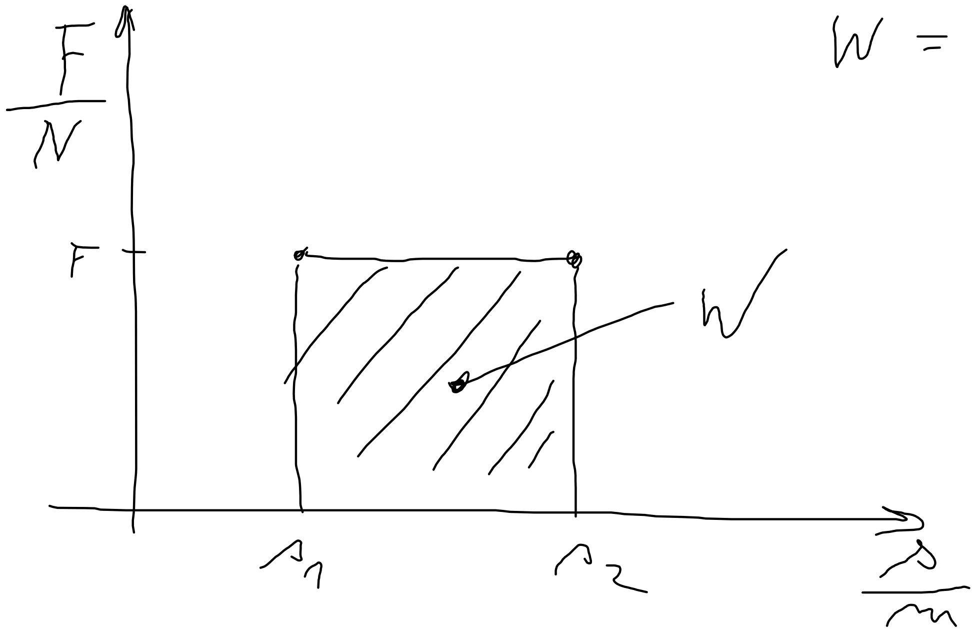
F_2 ... nekoná práci

F_1 ... koná práci $W = F_1 \cdot s = F \cdot s \cdot \cos\alpha$

$$\underline{W = F \cdot s \cdot \cos\alpha}$$

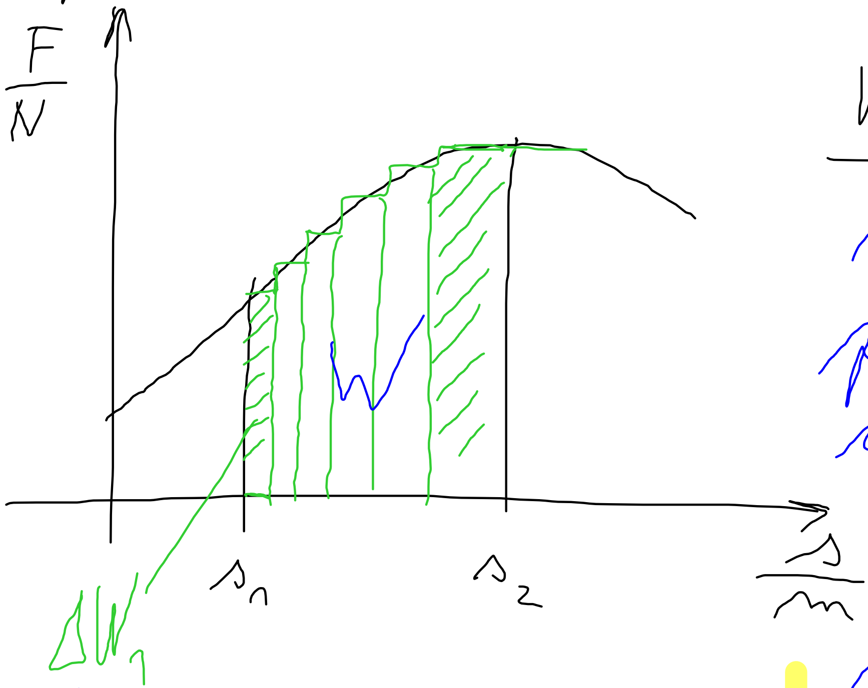
Grafické znázornění práce

$$W = F \cdot s = F \cdot (s_2 - s_1)$$



... práce stálé síly

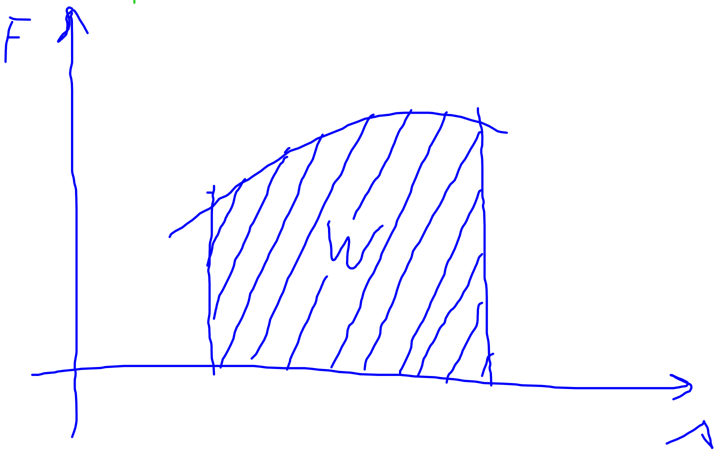
práce proměnlivé síly



$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots \Delta W_n$$

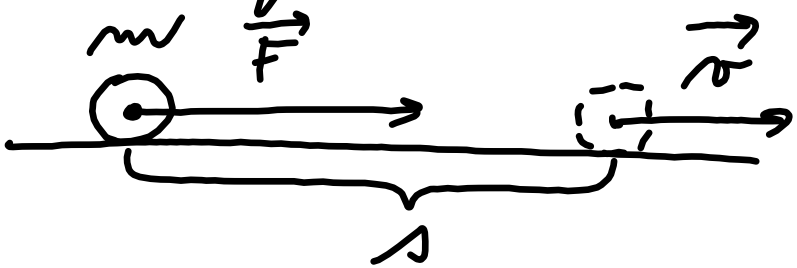
výsledek bude tím přesnější, čím jemnější bude dělení intervalu s

Přesně platí:



Plocha obrazce pod grafem závislosti síly na dráze je číselně rovna práci, kterou síla vykonala.

Př: Spočítejte práci síly, která těleso o hmotnosti m urychlí (z nulové rychlosti) na rychlost v.



$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} a t^2 = m \cdot \frac{v}{\cancel{t}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{v}{\cancel{t}} \cdot \cancel{t}^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$F = m \cdot a$

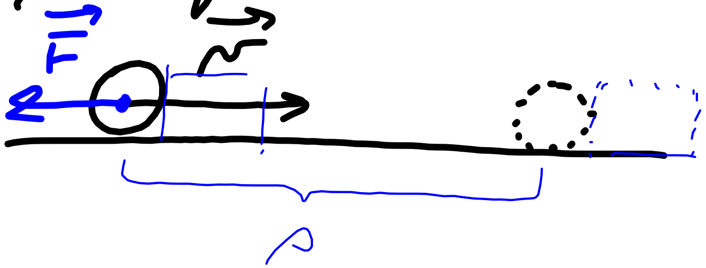
$s = \frac{1}{2} a t^2$

$a = \frac{v}{t}$

aby těleso o hmotnosti m dosáhlo rychlosti v, musíme vykonat práci

$$\boxed{W = \frac{1}{2} m v^2}$$

Těleso o hmotnosti m a rychlosti v má schopnost konat práci. $W = \frac{1}{2}mv^2$



F … brzdná síla působící na hmotnost m po dráze s

(nebo: válíček je zpomalován a koná práci při posouvání kvádru)

$$W = |F|\cdot s = m\cdot|a|\cdot s = m\cdot\frac{v}{t}\cdot\left(\frac{1}{2}\left(-\frac{v}{t}\right)t^2 + v\cdot t\right) =$$

$|F| = m\cdot|a|$

$s = \frac{1}{2}at^2 + v\cdot t$

$a = -\frac{v_0}{t}$

$$= m\cdot\frac{v}{t}\cdot\left(\underbrace{-\frac{1}{2}v t + v\cdot t}\right) =$$

$$= m\cdot\frac{v_0}{\cancel{t}}\cdot\frac{1}{2}v\cdot\cancel{t} = \frac{1}{2}mv^2$$

Tedy: má kinetickou energii $\boxed{E_k = \frac{1}{2}mv^2}$

Př: Spočítejte kinetickou energii chodce, cyklisty a automobilu.

$E_K = \frac{1}{2} m v^2$

a) chodec $m = 70\,kg$;
$v = 5\,km/h = 1{,}3\overline{8}\,m/s$

$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 70 \cdot 1{,}3\overline{8}^2 = \underline{\underline{67{,}5\,J}}$

b) cyklista $m = 90\,kg$
$v = 36\,km/h = 10\,m/s$

$E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{90}{2} \cdot 10^2 = \underline{\underline{4\,500\,J}}$

c) ... $E_K = 143\,750\,J$ (1500 kg; 50 km/h)
194 670 J

mistrovství 1/A 2011/12

Př: Spočítej kinetickou energii chodce, cyklisty a automobilu.

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

a) chodec $m = 70\ kg$ $E_K = \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot (1{,}3\overline{8})^2 \doteq 67{,}5\ J$

$v = 5\ km/h = 1{,}3\overline{8}\ m/s$

b) cyklista $m = 90\ kg$ $E_K = 1388{,}\overline{8} \doteq 1389\ J$

$v = 20\ km/h = 5{,}\overline{5}\ m/s$ $1361{,}25\ J$

c) auto $m = 1000\ kg$

$v = 50\ km/h = 13{,}\overline{8}\ m/s$ $E_K = 96450{,}6\ J \doteq 96{,}45\ kJ$

DÚ Jakou práci vykoná automobil při zvýšení rychlosti o 1 km/h při rychl. 50 km/h a 150 km/h?

Př: $m = 1000\ \mathrm{kg}$

a) $v_1 = 50\ \mathrm{km/h} = 13,\overline{8}\ \mathrm{m/s}$

$v_2 = 51\ \mathrm{km/h} = 14,1\overline{6}\ \mathrm{m/s}$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

7,79

$$= 500 \cdot \left(14,\overline{6}^2 - 13,\overline{8}^2\right) \doteq \underline{3897\ \mathrm{J}} \doteq \underline{3,9\ \mathrm{kJ}}$$

b) $v_1 = 150\ \mathrm{km/h} = 41,\overline{6}\ \mathrm{m/s}$

$v_2 = 151\ \mathrm{km/h} = 41,9\overline{4}\ \mathrm{m/s}$

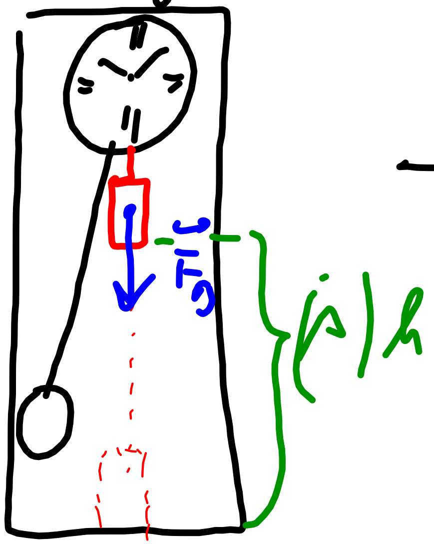
23,2

$$\Delta E = 500 \cdot \left(41,9\overline{4}^2 - 41,\overline{6}^2\right) \doteq \underline{11613\ \mathrm{J}} \doteq \underline{11,6\ \mathrm{kJ}}$$

Energie, která závisí na poloze tělesa se nazývá polohová energie (potenciální)

ozn. $\underline{E_p}$

opak. Př: Jakou polohovou energii má závaží kyvadlových hodin, které má hmotnost 0,5 kg a visí 60 cm nad dnem skříně?



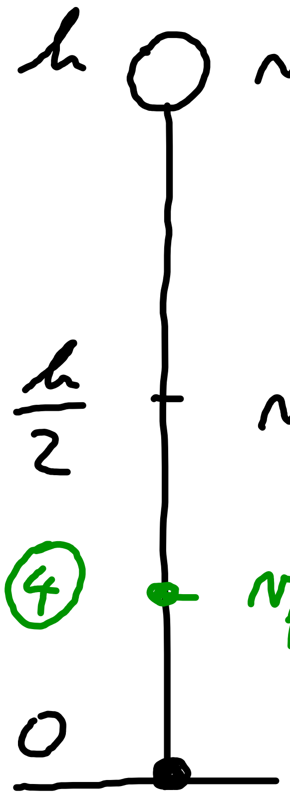
$m = 0{,}5\,kg$ $\qquad g \doteq 10\,m/s^2$

$h = 60\,cm = 0{,}6\,m$

$F_g = m \cdot g$

$E_p = F_g \cdot h = mgh \doteq 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}6 = \underline{\underline{3\,J}}$

27/3 76



$v=0$ 1 $h: \; E = E_K + E_P = \underline{mgh}$

2 $\frac{h}{2}: \; E = \underline{mgh}$

v_2 3 $0: \; E = \frac{1}{2} m v_3^2 + 0 = \frac{1}{2} m \cdot 2 \cdot g \cdot h = \underline{mgh}$

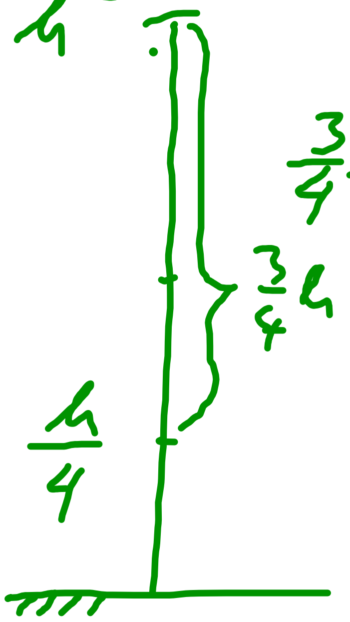
v_4 4 $\frac{h}{4}: \; E = \frac{1}{2} m v_4^2 + \frac{h}{4} \cdot mg = \underline{mgh}$

$v_3 = g \cdot t = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \; ; \; v_3^2 = g^2 \cdot \frac{2h}{g} = 2g \cdot h$

doba vol. pádu z místa h

$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

4



$$v_4 = g \cdot t \qquad v_4^2 = g^2 \cdot \frac{3h}{2g} = \frac{3}{2} h \cdot g$$

$$\frac{3}{4}h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{3h \cdot 2}{4 \cdot g}} = \sqrt{\frac{3h}{2g}}$$

$$E = \frac{1}{2} m v_4^2 + m \cdot g \cdot \frac{h}{4} =$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot \frac{3}{2} h \cdot g + mg \frac{h}{4} =$$

$$= \frac{3}{4} m \cdot g \cdot h + \frac{1}{4} mgh = mgh$$

Závěr: během volného pádu je součet kinetické a potenciální energie stálý

Zákon zachov. mech. energie:

v izolované soustavě je celková mech. energie stálá.

$$E = E_k + E_p = konst.$$

Př: $v = ?$

$h = 1\,m$

max. výška $E_k = 0$

min. výška $E_p = 0$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh$$

$$2v^2 = g \cdot h$$

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot h}{2}} \doteq \sqrt{\frac{10 \cdot 1}{2}} =$$

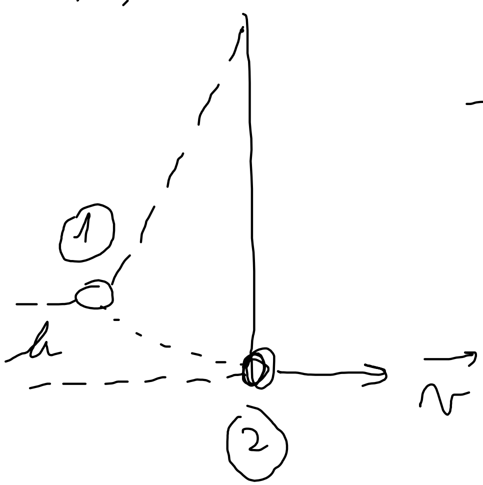
$$\doteq 2{,}23\,m/s$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh \;\dots\; v \doteq 2{,}23\ m/s$$

d. ú.: opakování práce a energie

(kromě výkonu a účinnosti) ↓ 7/3

Př.



$v = ?$

$h = 0{,}1\ m$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gh \quad /\cdot 2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh} \doteq \sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}1} = \sqrt{2} \doteq \underline{1{,}4\ m/s}$$

pozn. výkon

$$\eta = \frac{P}{P_0}$$

P – výkon (užitečný výkon stroje)

P_0 – příkon (výkon stroje dodaný)

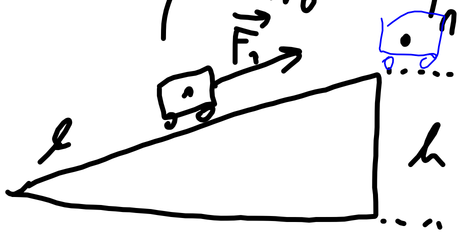
$$\eta = \frac{\frac{W}{t}}{\frac{W_0}{t}} = \frac{W}{\cancel{t}} \cdot \frac{\cancel{t}}{W_0} = \frac{W}{W_0}$$

W – práce vykonaná

W_0 – práce dodaná

Př. z min. hod.

$$\eta = \frac{W}{W_0} = \frac{F_G \cdot h}{F_1 \cdot l} = \frac{mgh}{F_1 \cdot l} = \frac{250}{300} \doteq 0{,}8\overline{3} \doteq 83\,\%$$



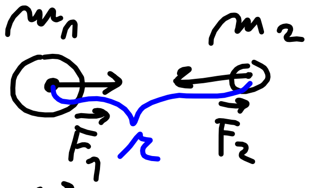
pozn. $W_0 - W$ ($\doteq 50\,J$) jsou ztráty (např. třením)

Statická silová pole

Gravitační pole

- všechna hmotná tělesa na sebe působí přitažlivou gravitační silou.

Newtonův gravitační zákon:



$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$$F = \varkappa \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$\varkappa \doteq 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$$

Př: $F_g = ?$

$m_1 = m_2 = 50\,kg$

$r = 0{,}75\,m$

Dú ... dopočítat (+ zpis.) 4.4.16

⋮

$$\vec{F} = m \cdot \vec{K}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \ldots \text{2. pohybový zákon}$$

$$F_g = \varkappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \ldots \quad F_g = \varkappa \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$a_g = \frac{\varkappa \cdot M}{r^2}$$

$a_g \doteq g \doteq 9{,}81\ m/s^2 \doteq 10\ m/s^2$

$a_g \neq g$

gravitační zrychlení

tíhové zrychlení ... viz učebnice

DÚ (+ zkoušení!!!!!!)

Pohyby těles (v homogenním silovém poli)

Vrhy – složené pohyby

rovnoměrný přímočarý pohyb

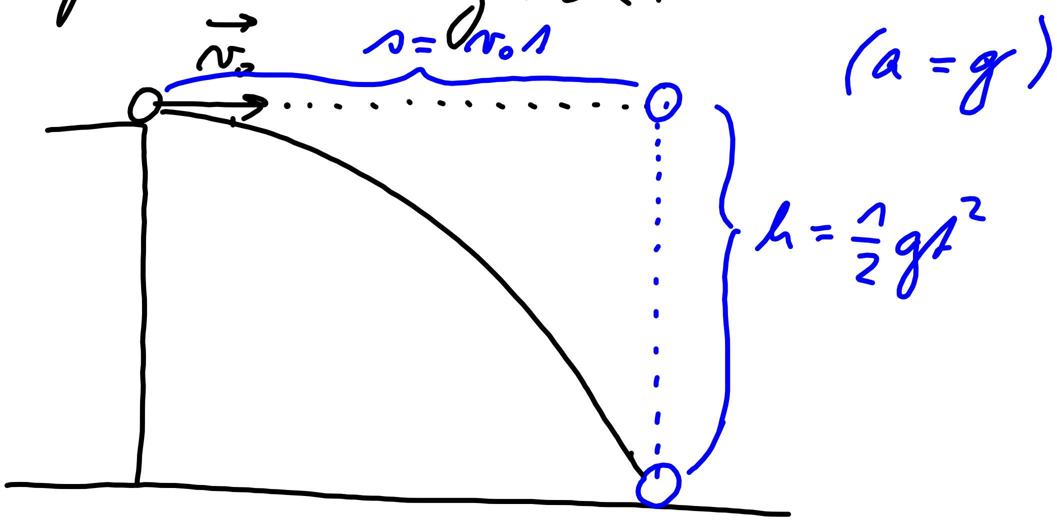
$$v = v_0$$
$$s = v_0 \cdot t$$

rovnoměrně zrychlený přím. pohyb

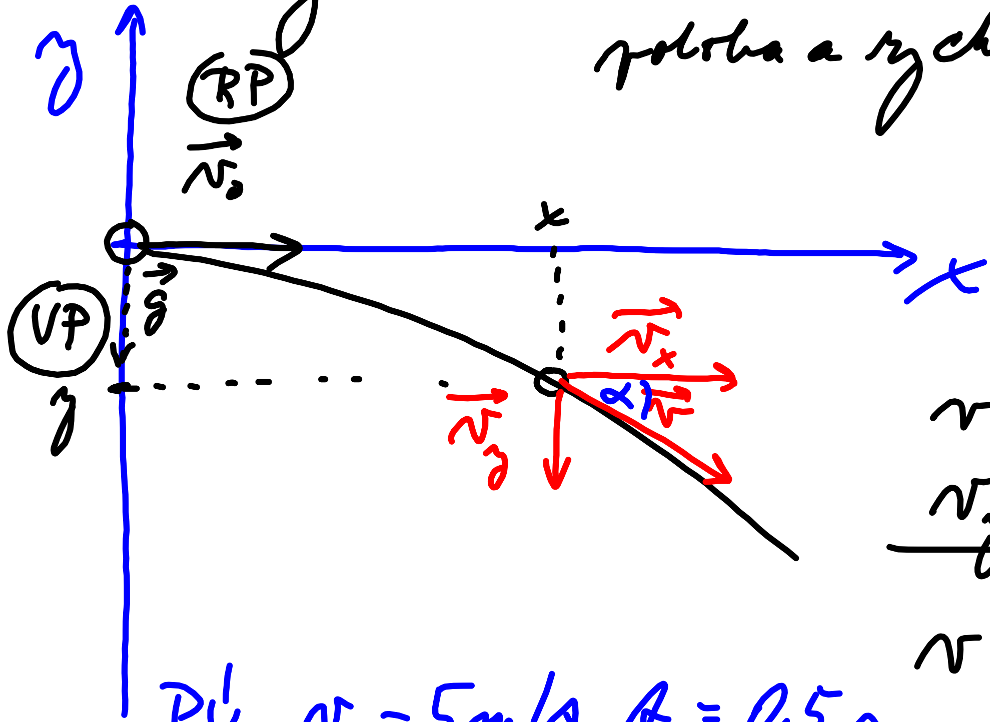
$$v = v_0 + a \cdot t$$
$$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + s_0$$

Výslednou polohu slož. pohybu určíme jako výsledek rovnom. pohybu (za dobu t) a polohu rovnom. zrychl. pohybu (z místa výsl. polohy prvního pohybu) za dobu t.

např.: vodorovný vrh:



Vodorovný vrh



poloha a rychlost v čase t

$$x = v_0 \cdot t$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_0$$

$$v_y = -g \cdot t$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + (v_y)^2}$$

Př. $v_0 = 5\,m/s$ $t = 0{,}5\,s$

$x = ?$

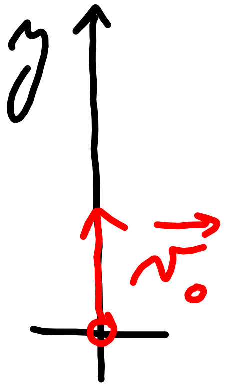
$y = ?$

$v = ?$

$\alpha = ?$

nepov. DÚ: Spočítej úhel mezi tíhovou a gravitační silou v našich zeměpisných podmínkách.

<u>Vrh svislý</u> jako složený z rovnom. přímočarého pohybu ve směru svislém (vzhůru) a volného pádu.



(výška) $y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

($v_y =$) $v = v_0 - gt$

<u>Př:</u> $h = ?$ v čase t

$v_0 = 20\,m/s$

a) $t = 1\,s$

b) $t = 5\,s$

a) $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 20 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 = 20 - 5 = 15\,m$

b) $y = 20 \cdot 5 - \frac{1}{2} 10 \cdot 25 = 100 - 125 = \underline{-25\,m}$

PF: $v_0 = 20 m/s$

$t = ?$

$y = 0$ (návrat)

$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

$0 = 20 \cdot t - 5 t^2$

$5t^2 = 20t \quad / : t \qquad t \neq 0$

$5t = 20$

$t = \frac{20}{5} = \underline{\underline{4\ s}}$

Př $v_0 = 8\,m/s$ ... $g \doteq 10\,m/s^2$

$t = ?$ pro max. výšku

$v = 0$ ... pro max. výšku

$v = v_0 - g \cdot t$

$0 = 8 - 10 \cdot t$

$10t = 8$

$t = 0{,}8\,s$

Jaká je max. výška?

$y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 =$

$= 8 \cdot 0{,}8 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0{,}64 =$

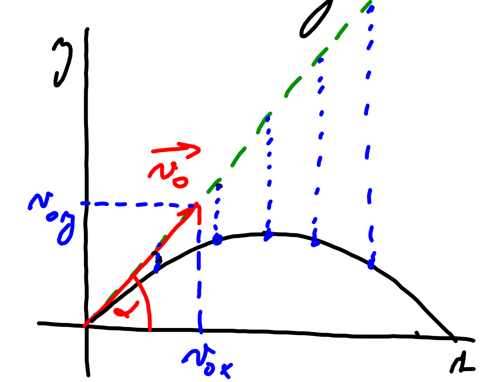
$= 6{,}4 - 3{,}2 = \underline{3{,}2\,m}$

nebo: $\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh$

⋮

Vrh šikmý

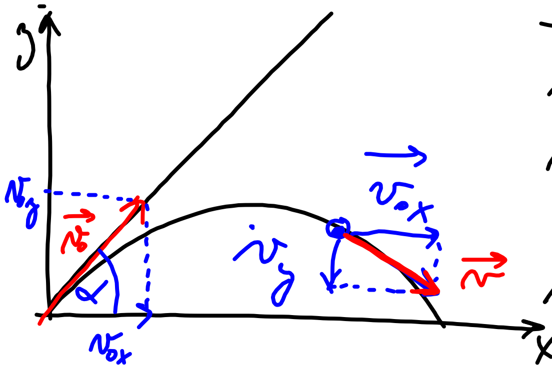
α ... elevační úhel



trajektorie je část paraboly

pohyb složený

- rovnom. přímoč. ve směru osy x
- svislý vrh



$$x = v_{0x} \cdot t$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_y^2}$$

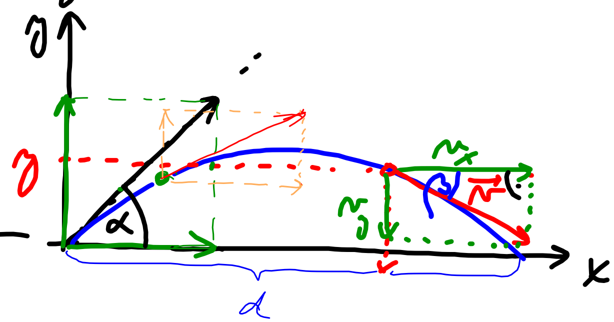
$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$$

$$\underline{v_x = v_{0x}} = v_0 \cdot \cos\alpha$$

$$\underline{v_y = v_{0y} - gt} = v_0 \cdot \sin\alpha - gt$$

Př: Určete polohu a rychlost šikmého vrhu s počát. rychlostí 20 m/s a elevačním úhlem 45° v čase 0,5 s.



$\alpha = 45°$

$t = 0{,}5\ s$

$v_0 = 20\ m/s$

$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = v_0 (\cos\alpha)\cdot t = 20\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 0{,}5 = 5\cdot\sqrt{2} \doteq 7{,}07\ m$

$y = v_0\cdot\sin\alpha\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \doteq 20\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 0{,}5 - 5\cdot 0{,}25 \doteq 5{,}82\ m$

$v_x = v_0\cos\alpha = 20\,\frac{\sqrt{2}}{2} \doteq 14{,}1\ m/s$

$v_y = v_0\sin\alpha - gt \doteq 14{,}1 - 5 = 9{,}1\ m/s$ (>0 ... stoupá)

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \ldots = 16{,}84\ m/s$

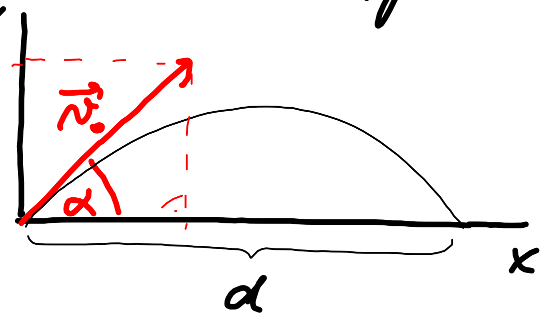
směr vektoru rychlosti

$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{v_y}{v_x} \doteq \frac{9{,}1}{14{,}1} \doteq 0{,}65 \Rightarrow \beta \doteq 32{,}6°$

DÚ ... dopočtěte délku vrhu (návod: doba pohybu je stejná jako doba svislého vrhu s počáteční rychlostí v_{0y}).

4/5 ↓16

Délka vrhu z předchozího příkladu:



$\alpha = 45°$

$v_0 = 20\ m/s$

$d = ?$

$d = v_{0x} \cdot t$

v čase t je $y = 0$

$y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$

$0 = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \quad / : t \quad (pro\ t \neq 0)$

$0 = v_0 \sin\alpha - \frac{1}{2} g t$

$\frac{gt}{2} = v_0 \sin\alpha \quad / \cdot \frac{2}{g}$

$t = \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g}$

$d = v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2 v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}$

(z goniometrie: platí vzorec $2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha = \sin 2\alpha$)

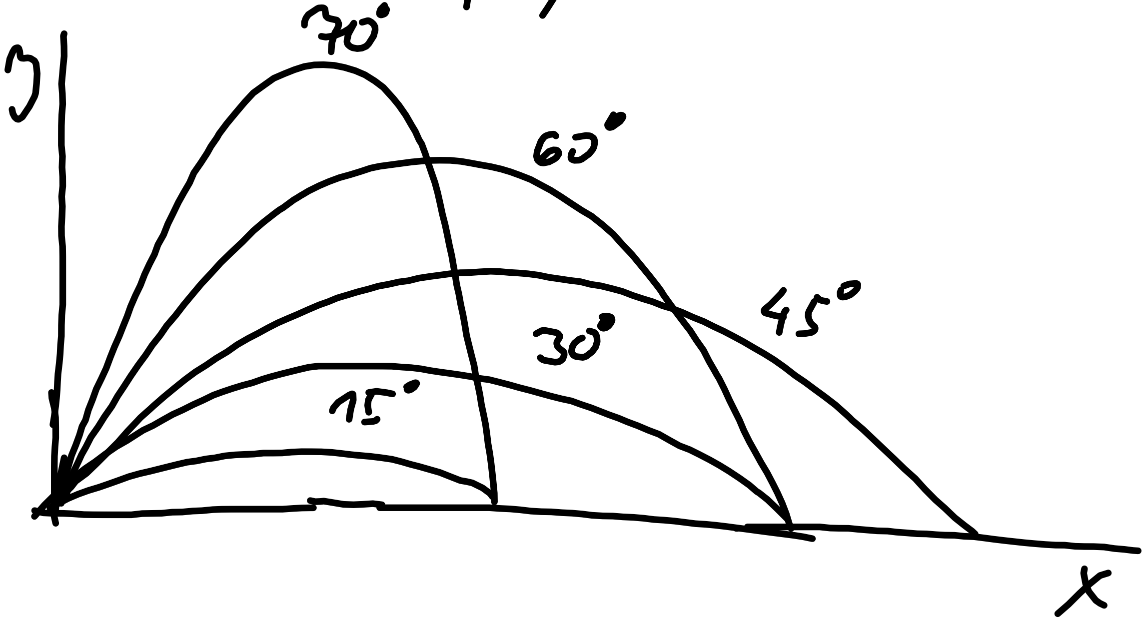
$d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \doteq \frac{20^2 \cdot \sin 90°}{10} = \underline{\underline{40\ m}}$

Délka vrhu bude přibližně 40 m.

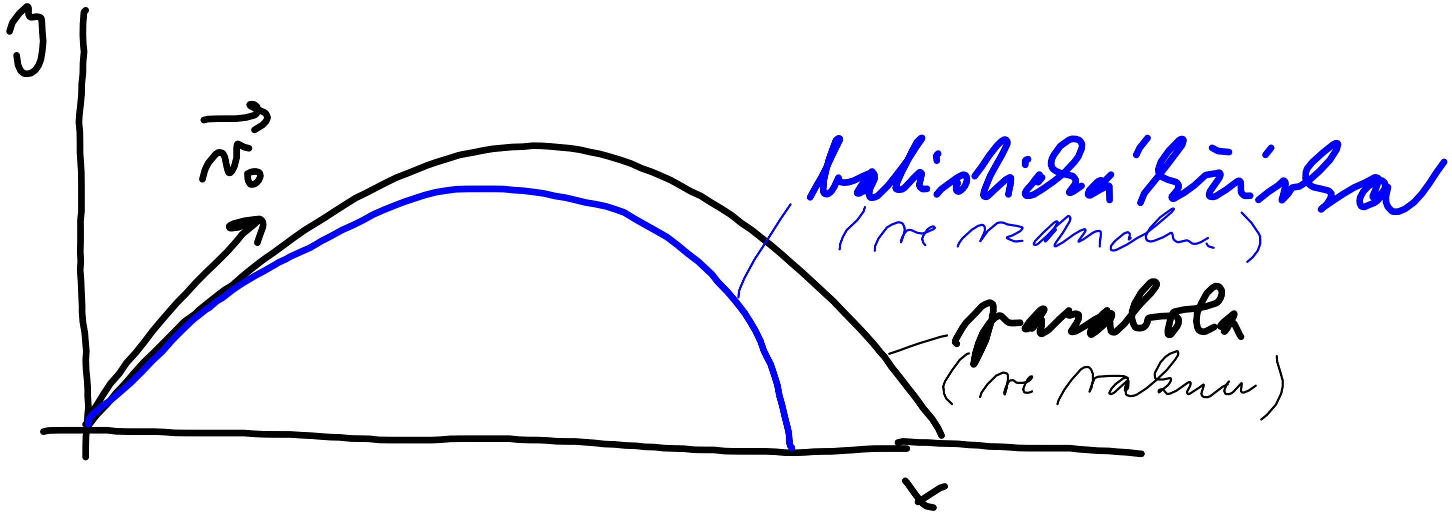
Ze vzorce ($d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$) vyplývá, že max. délka vrhu bude pro úhel, když $\sin 2\alpha$ je max. ... max. hodnota je 1

$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow 2 \cdot \alpha = 90^\circ$

($\sin 90^\circ = 1$) $\qquad \alpha = 45^\circ$



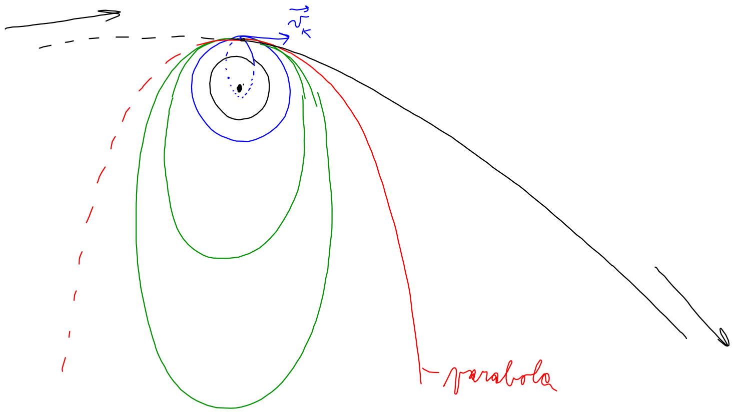
Uvažujeme-li odpor vzduchu, bude se těleso pohybovat po balistické křivce



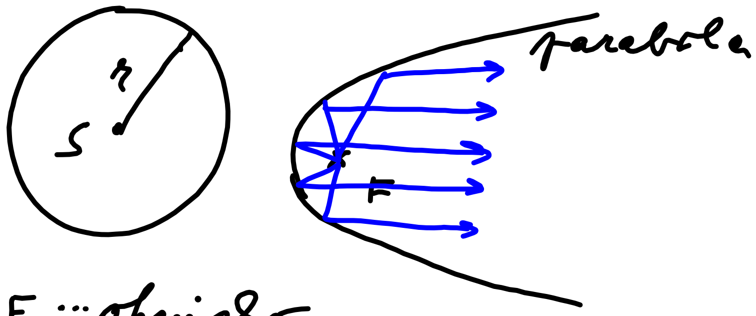
Pohyby těles v centrálním silovém poli

(gravit. pole Země)

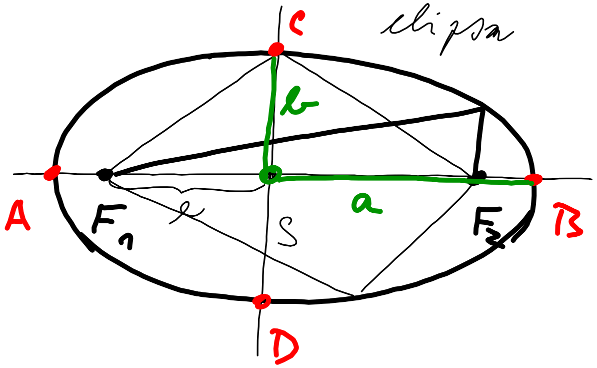
V centrálním sil. poli se těleso (vypuštěné vodorovným směrem) bude pohybovat po elipse (může přejít i v kružnici, při dalším zvyšování počáteční rychlosti půjde znova v elipsu - více a více protaženou a nakonec může přejít znova v parabolu a hyperbolu).

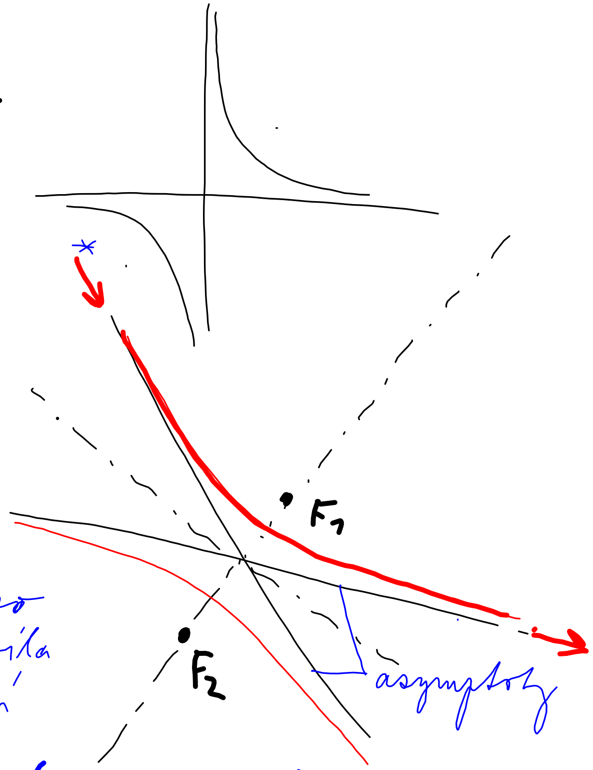


pozn. kuželosečky



F ... ohnisko





* blíží-li se k Zemi kosmické těleso (ve směru červené šipky), gravitační síla změní jeho směr – asymptoty určují jeho původní a výsledný směr.

příští – opak. vzorce (písemně nebo ústně)

16/5 ↓ 16

Pohyby těles v grav. poli Slunce

($M_S \doteq 1{,}99.10^{30}$ kg ; $M_Z = 5{,}98.10^{24}$ kg ...)

- v grav. poli Slunce se pohybují (obíhají kolem Slunce) různá tělesa

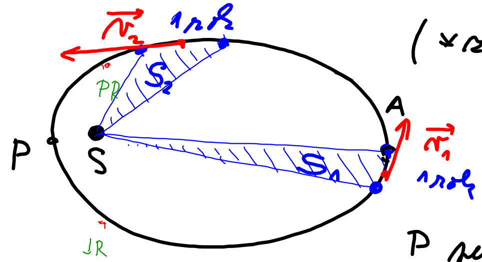
planety (Me, V, Z, Ma, J, S, U, N)

planetky, měsíce, komety, meteoroidy

Keplerovy zákony (popisují pohyby planet)

I. K.Z. Planety (Slun. soustavy) se pohybují po eliptických drahách podobných kružnici, v jejichž spol. ohnisku leží Slunce.

II. K.Z. Plochy opsané průvodičem planety za jednotku času* jsou shodné.



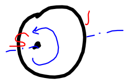
(* za stejný časový interval)

$S_1 = S_2$

$v_2 > v_1$

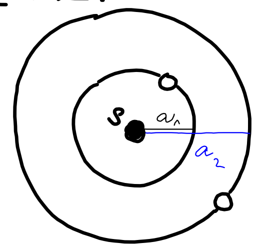
P perihélium (leden)

A afélium (červenec)



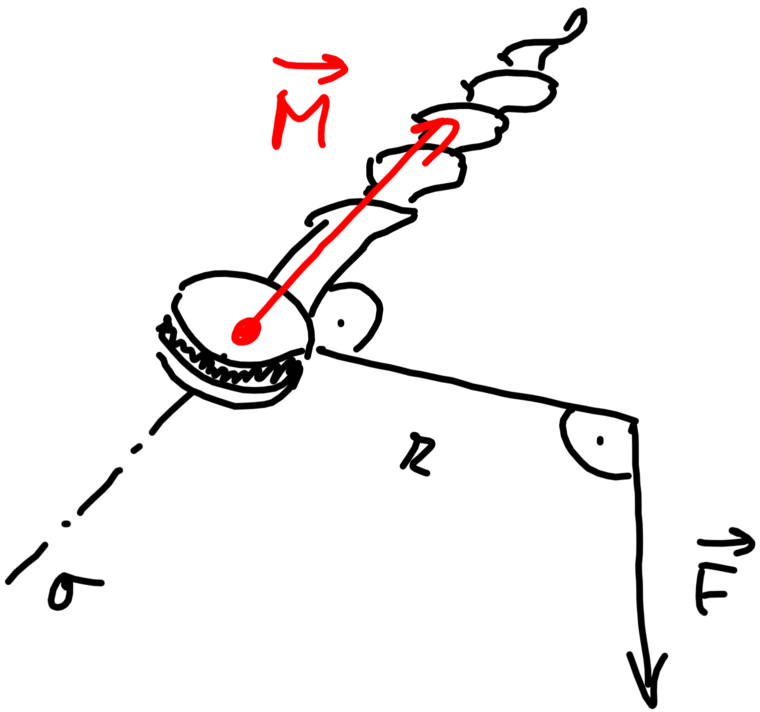
(zimní půlrok na severní polokouli je kratší (179 dní) než letní (186 dní))

III. K.Z.



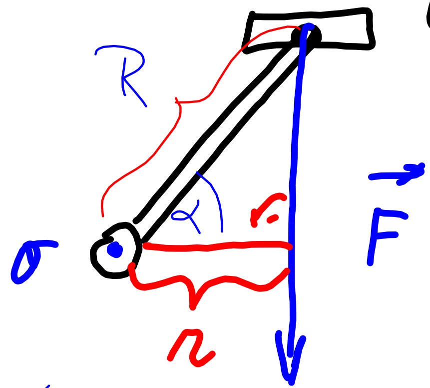
Poměr druhých mocnin oběžných dob dvou planet je roven poměru třetích mocnin jejich hlavních poloos.

(vzdálenější planety obíhají s delší periodou.)



$M = F \cdot r$

r ... vzdálenost vektorové přímky síly od osy otáčení.



$M = F \cdot r$

$(r = R \cdot \cos\alpha)$

<u>Rovnováha sil</u> - momentů sil

platí momentová věta:

Otáč. účinek sil ....

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots + \vec{M}_n = \vec{0}$$

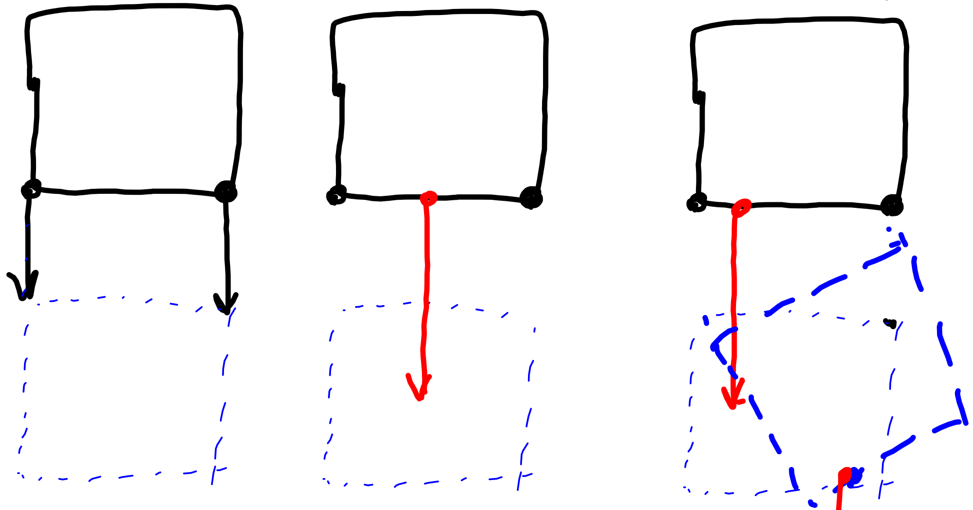
pozn. $\vec{0}$ ... nulový vektor

Dú - úlohy podle učeb.

Skládání rovnob. sil ....

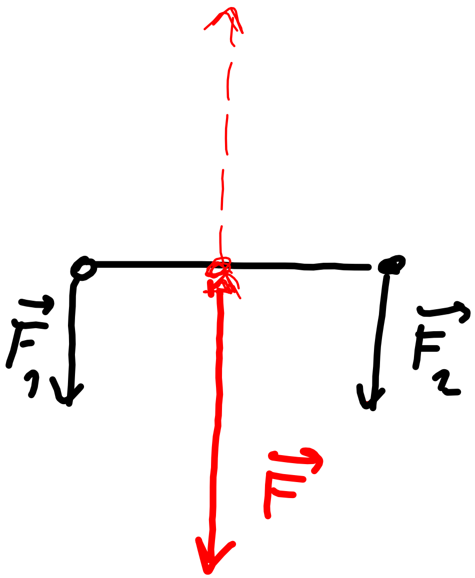
$\vec{F_1} + \vec{F_2} = \vec{F}$ ... síly $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$ nahradíme silou $\vec{F}$ tak, aby výsl. síla měla na těleso stejný účinek

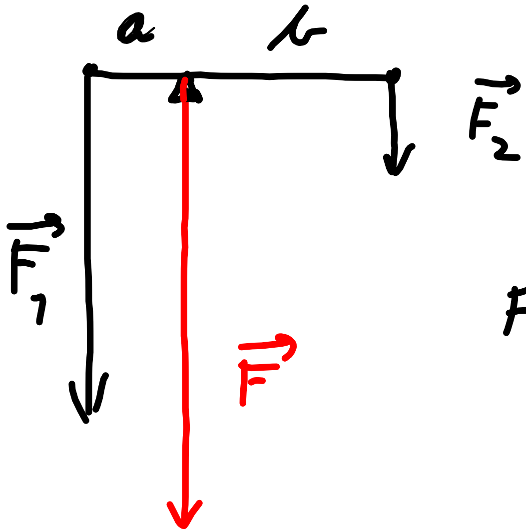
⇒ záleží i na poloze působiště výsledné síly



... záleží na poloze působiště výsl. síly

(došlo k rotaci „bedny" ... změnil se otáčivý účinek)

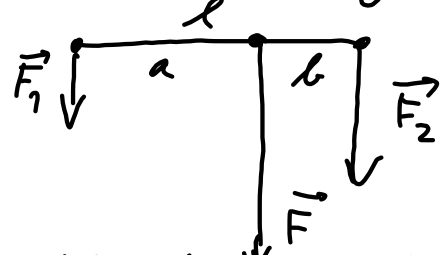




$$F = F_1 + F_2$$

$$F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$$

Př: na metrové tyči visí na koncích závaží o hm. 30 kg a 50 kg. Určete velikost a polohu působiště výsledné tíhové síly.



$m_1 = 30\,kg$

$m_2 = 50\,kg$

$l = 1\,m$

$F = F_1 + F_2 = m_1 \cdot g + m_2 \cdot g \doteq 300 + 500 = 800\,N$

$a + b = l$

$F_1 \cdot a = F_2 \cdot b$

$a + b = 1 \quad \Rightarrow b = 1 - a$

$300a = 500b$

$300a = 500 \cdot (1 - a)$

$300a = 500 - 500a \quad / + 500a$

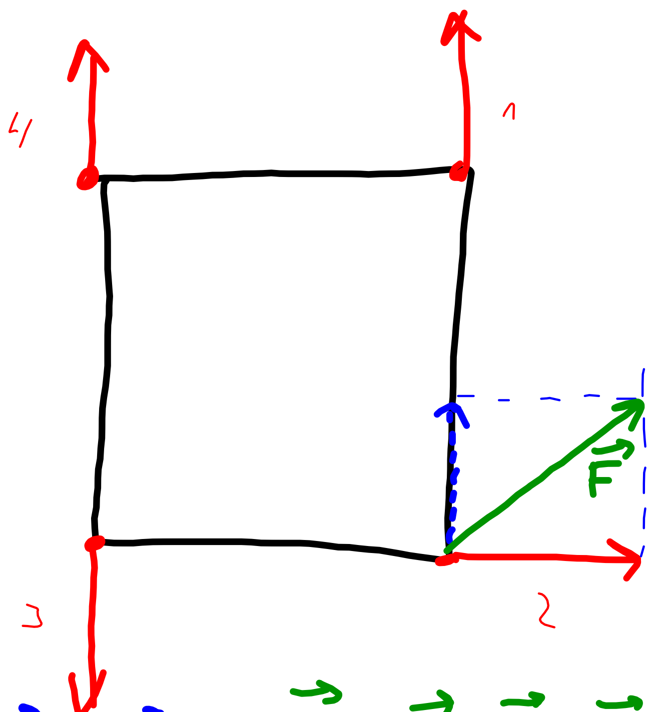
$300a + 500a = 500$

$800a = 500$

$a = \frac{5}{8} = 0{,}625\,m$

Výsledná síla má velikost 800 N a její působiště je 62,5 cm od menší síly (viz obr.)

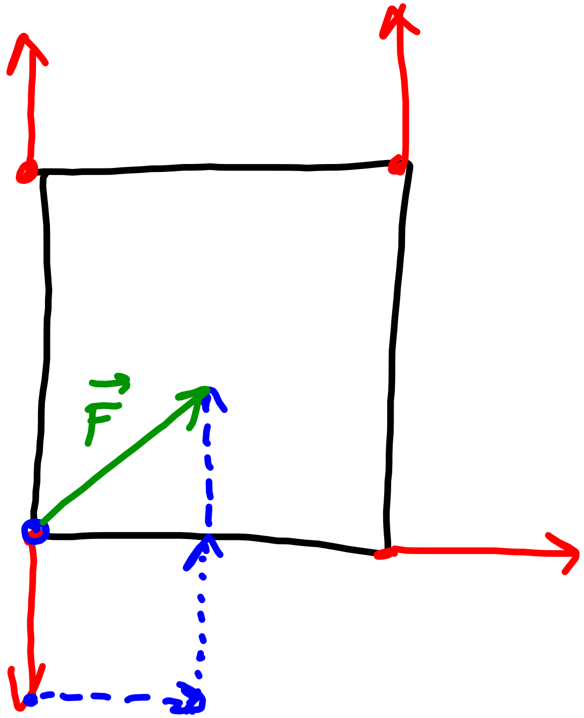
ři.



$\vec{F_4}+\vec{F_3}=\vec{0}$

$\vec{F}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}+\vec{F_4}$

$F=\sqrt{2}\cdot 10\ N$


$\vec{F}$

Dvojice sil ...doplnit podle učebn. (sam. pr.)

2016 ↓