

Kmitání, vlnění, akustika (poslední částíni přerady
ze septimny 2016/17)

Kmitavý pohyb - pohyb jehož rychlost a rovnovážní poloha se periodicky opakuji.

(např. kmitavý pohyb srdce



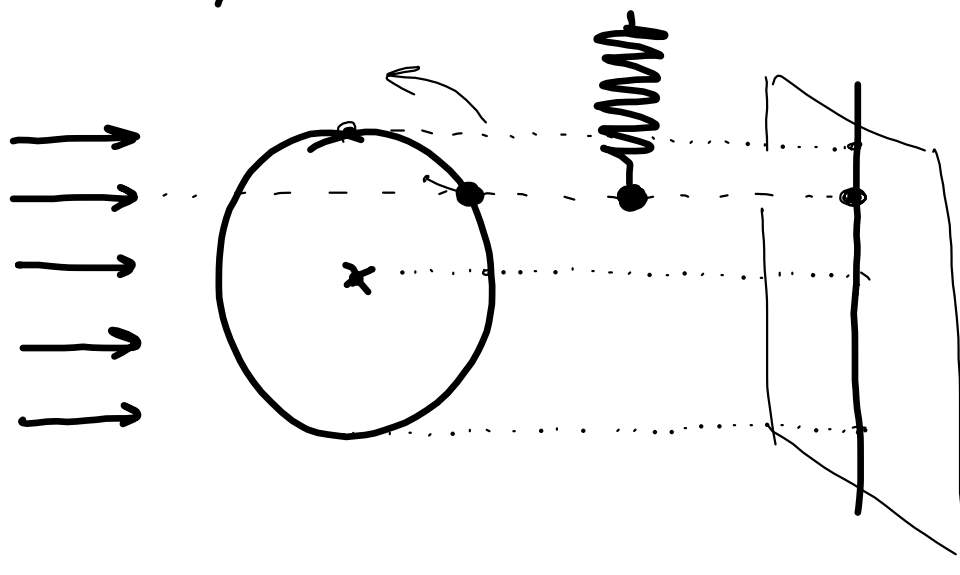
kmitání struny*, pohyb tělíska na pružině*...)

oscilátor - systém, který kmitá
vlastním způsobem je harmonický oscilátor

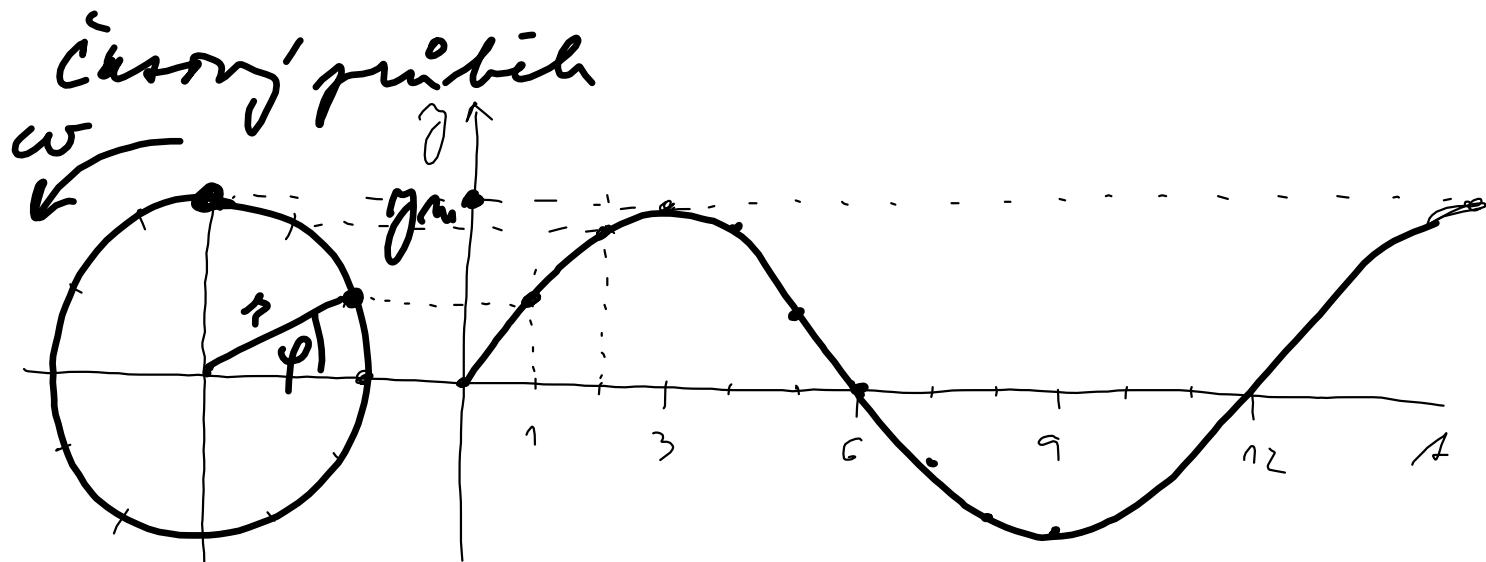
(např. poslední dva příklady výše*)

Harmonický oscilátor

- kmita' skříní, jako přímět rovnoměrného pohybu hmotného bodu po kruž. do příslušného směru. (viz-ops. rovnoměrný pohyb po kružnici)



- kmitání pohyby
obou skříní
(kuličky na kole i kuličky na pružině)
se překrývají



$$z = r \cdot \sin \varphi$$

$r = r_m \dots$ amplituda
 $\varphi \dots$ fáze kmib. pohybu
 $\omega \dots$ úhlová frekvence

$z = r_m \sin \omega t$ rovnice pro výchylku

harmonického oscilátoru v závislosti na čase
 (s nulovou počáteční fází - v čase $t = 0$
 je $\varphi = 0$)

Kinematika Simpel Harmonis

$$y = y_m \cdot \sin \omega t$$

$$v = \omega \cdot y_m \cdot \cos \omega t$$

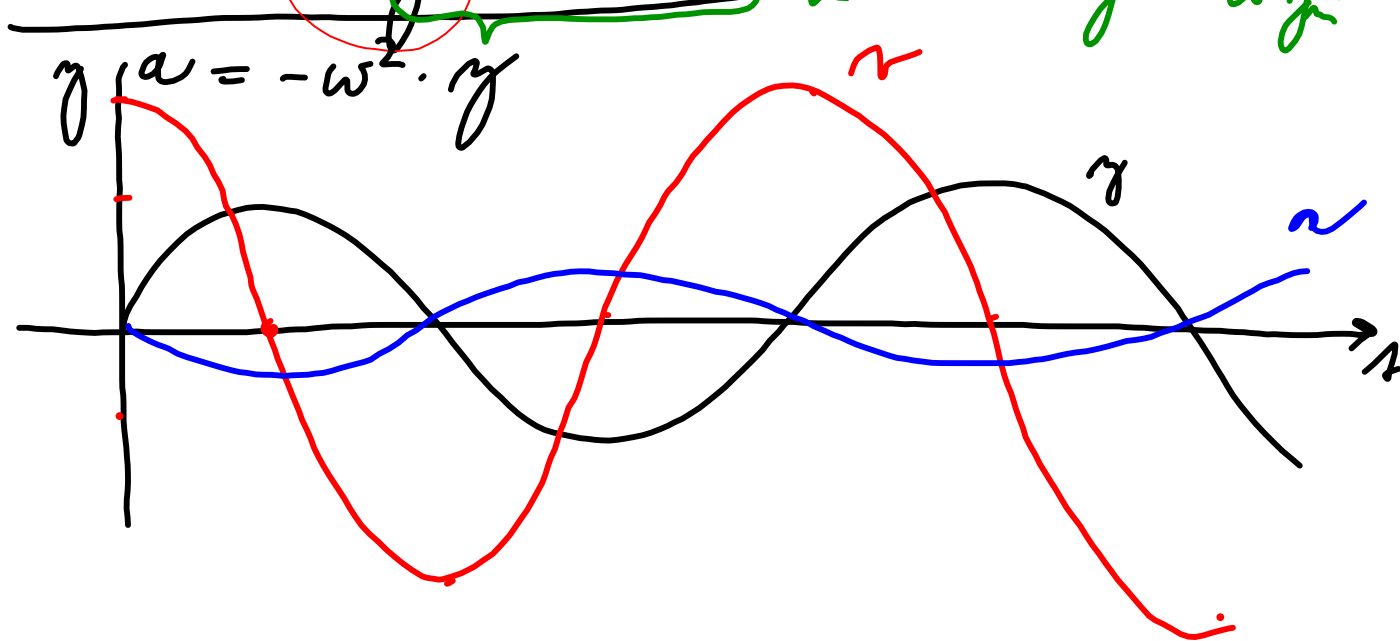
$$a = -\omega^2 y_m \cdot \sin \omega t$$

$$v = \frac{dy}{dt} = y'$$

$$v = y' = y_m \cdot (\cos \omega t) \cdot \omega$$

$$y' = \omega y_m \cdot \cos \omega t$$

$$a = v' = y'' = -\omega^2 y_m \cdot \sin \omega t$$



Pr: $y, v, a = ?$ a) $A = 0,1 \text{ s}$

$$y_m = 0,2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad y = 0 \text{ mm}$$

$$\underline{f = 435 \text{ Hz}} \quad v = v_0 = \omega y_m = 2\pi f \cdot y_m =$$

$$= 870 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 10^{-4} =$$

$$= 0,547 \text{ m/s}$$

b) $A = 0,15 \text{ s}$

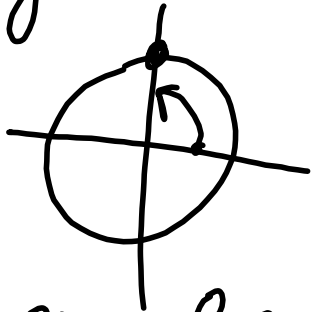
:

$$\sin(\omega t)$$

$$\sin(2 \cdot \pi \cdot 435 \cdot 0,15)$$

$$\underline{a = 0 \text{ m/s}^2}$$

$$y = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \sin(1305\pi) = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$



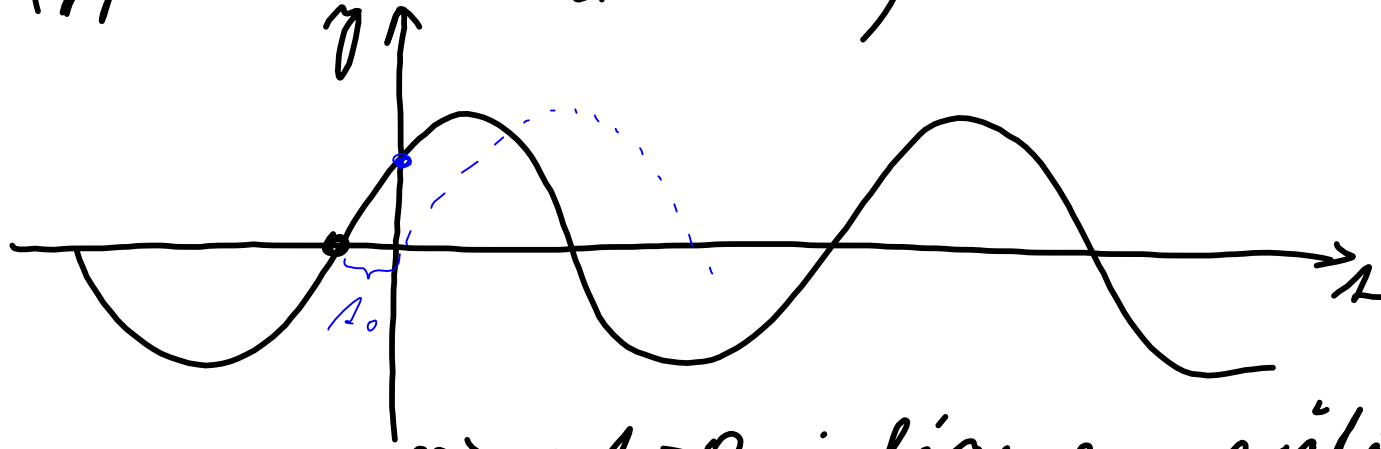
$$v = 0 \text{ m/s}$$

$$a = a_0 = \omega^2 y_m = (2\pi f)^2 y_m = 870^2 \pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1494 \text{ m/s}^2$$

:

d) 1 h 10 min 12,155 s **Dü**

Fáze sinus. pohyb
 („posunutí měřicí časů“)



v čase $t=0$ je fáze φ_0 ... počítáme

$$y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad [y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot (t + t_0))]$$

$$\varphi_0 = \omega \cdot t_0$$

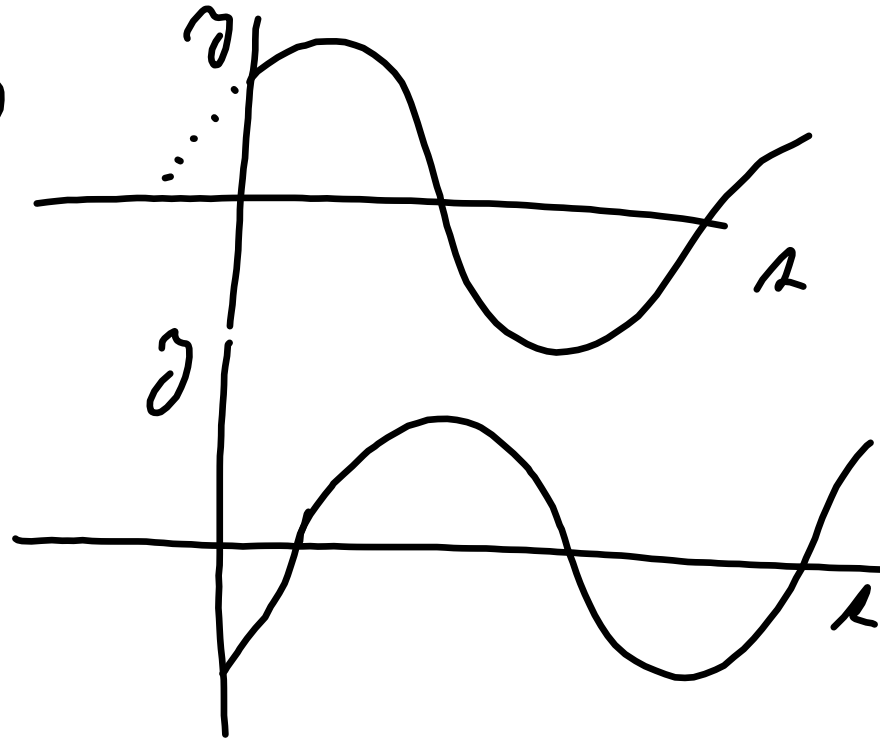
fáze 1. osc. φ_{01}
 2. osc. φ_{02}

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{02}) - (\omega t + \varphi_{01}) = \varphi_{02} - \varphi_{01}$$

$$g = g_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\varphi_0 > 0$$

$$\varphi_0 < 0$$



PF: Měch poč. fází harmon. oscilátorem, který
kmitá s amplitudou 1 cm a s frekvencí 10 Hz, jistě
někde, že v čase 0,5 s má výchylku 0,5 cm.

$$y_m = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m} \quad \varphi_0 = ?$$

$$f = 10 \text{ Hz}$$

$$y(0,5) = 0,5 \text{ cm} \quad (t = 0,5 \text{ s})$$

$$y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$0,5 = 1 \cdot \sin(2\pi \cdot 10 \cdot 0,5 + \varphi_0)$$

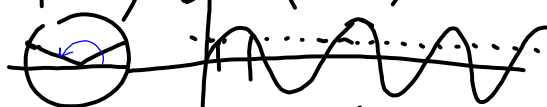
$$0,5 = \sin(2\pi \cdot 10 \cdot 0,5 + \varphi_0)$$

$$0,5 = \sin(10\pi + \varphi_0) \quad (= \sin \varphi_0)$$

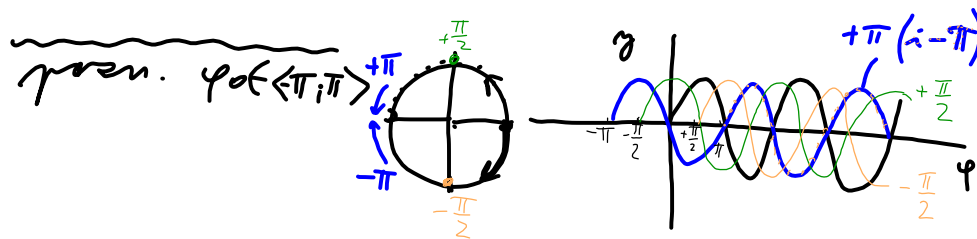
$$0,5 = \sin \varphi_0$$

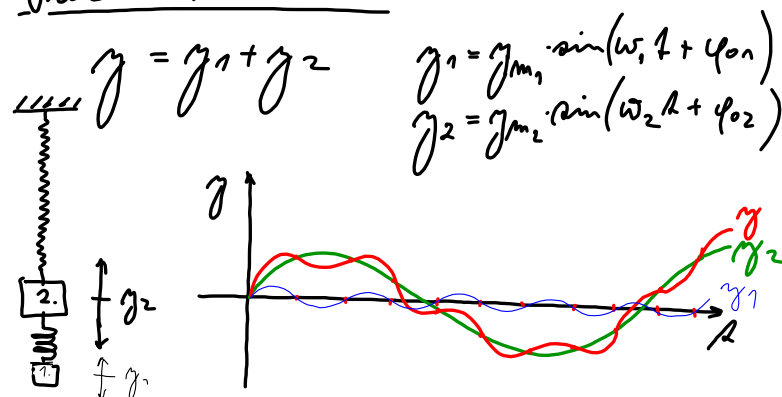
$$\varphi_0 = \arcsin 0,5 = (30^\circ) = \frac{\pi}{6} \quad \left(\frac{5}{6}\pi\right)$$

$$\varphi_0 = \arcsin 0,5$$

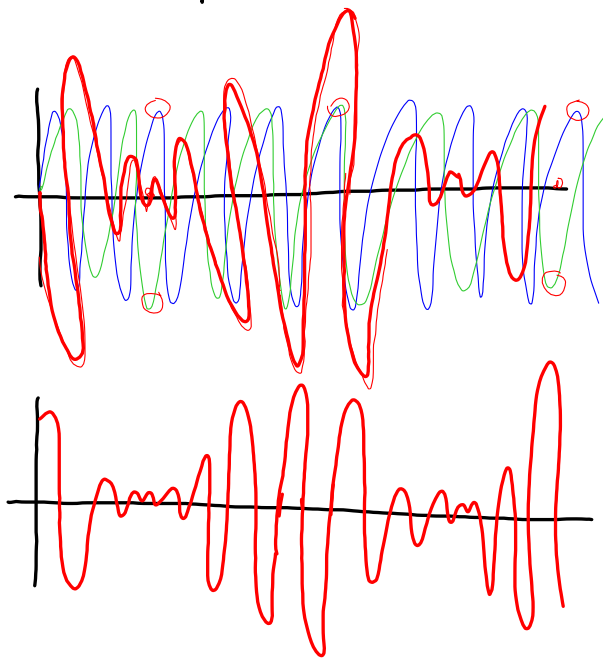


Počáteční fáze je 30° nebo 150° ($\frac{\pi}{6}$ nebo $\frac{5}{6}\pi$).



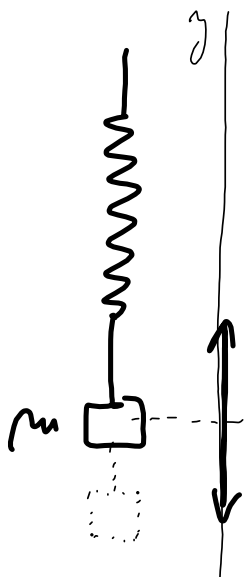
Stožení kmitání

Růzy ... rozdílný složením kmitů blízkých
(různých) frekvencí



Dynamika harmonického oscilátoru

Kmitání tělesa na pružině



$$* F = -k y \quad \dots k - \text{ji tuhost pružiny}$$

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot (-\omega^2 y)$$

$$* F = -m \omega^2 y$$

... všechna tělesa, která se deformují podle Hookova zákona mohou kmitat s libovolnou amplitudou

$$-k \cdot y = -m \omega^2 y$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$(2\pi f)^2 = \frac{k}{m}$$

$$2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}$$

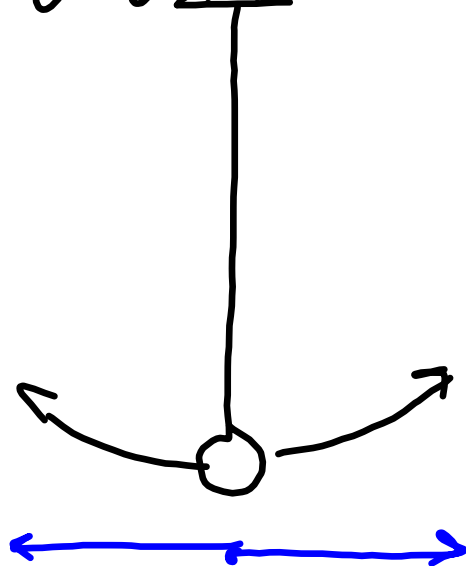
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

... je nezávislá na amplitudě výchylky

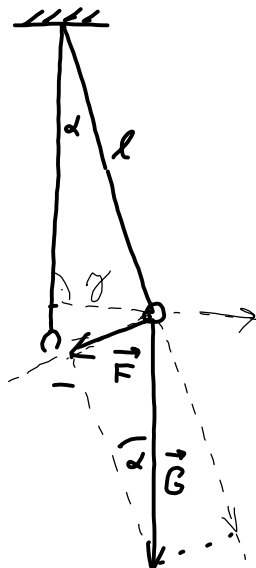
z. G. ↓ 17 2A

Matematicki žvadro

- žvadro se sastoji od kugle i konusa
sa istom a sastoji se od kugle i konusa
sa istom, kugla i konus sa istom
mogućnost



Perioda matematického kyvadla
(pro malou výchylku α)



$$F = -mg \sin \alpha$$

$$F = -mg \frac{y}{l}$$

$$F = -m \cdot a$$

$$F = m \cdot (-\omega^2 y)$$

$$* F = -m \omega^2 y$$

Důležitá věta!
poznámky (S. 6. 17)

... pro malé
úhly α (malé
výchylky) (malé úhly
provozujeme na rotaci)
- kyvadlo kmitá harmonicky

$$-mg \frac{y}{l} = -m \omega^2 y$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$2\pi f = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

pro malé výchylky je perioda na výchylce
nezávislá, kyvadlo je vhodné pro
měření času.

PF: Správte dĺžku "sekundového" kyvadla.
($T = 1 \text{ s}$)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g}$$

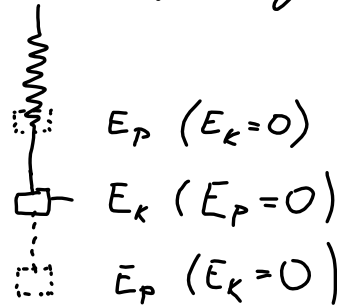
$$l = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{1 \cdot 9,81}{4 \cdot \pi^2} = 0,248 \text{ m}$$

Dú - úvaha: chybné radanie "přechodí" úlohy.

"Sekundové kyvadlo" je kyvadlo, ktoré má dobu kyvu 1 s. (- doba kyvu je polovica periody, tedy $T = 2 \text{ s}$)

$$l = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = \frac{2^2 \cdot 9,81}{4 \cdot \pi^2} = \underline{\underline{0,99 \text{ m}}}$$

Prüfung energie harmon. oscillator*
 (absol. nam. pr. 2/12/6 2017)

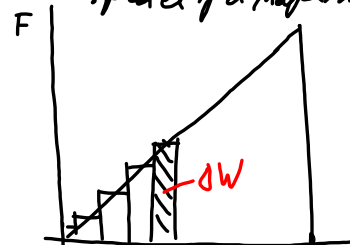


$$E = E_K + E_P$$

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_P = ?$$

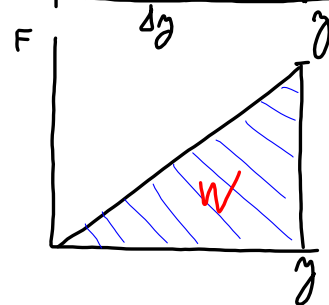
wieviel für max. verformung? $F = k \cdot y$ (Nebstrol)



$$E_P = W = F \cdot s$$

$$\Delta W = F \cdot \Delta y$$

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots$$



$$(S = \frac{a \cdot r}{2})$$

$$W = \frac{y}{2} \cdot F = \frac{1}{2} y \cdot k \cdot y =$$

$$= \frac{1}{2} k \cdot y^2$$

$$E_P = \frac{1}{2} k y^2$$

$$E = E_K + E_P$$

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_P = \frac{1}{2} k y^2$$

$$\underline{\underline{E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k y^2}}$$

Př: Vypočítejte energii oscilátoru a max. rychlost, je-li amplituda 5 cm a tuhost pružiny 4 N/m.

$$y_m = 0,05 \text{ m}$$

$$k = 4 \text{ N/m}$$

$$\text{pro } y = y_m \Rightarrow E = E_p \quad (E_k = 0)$$

$$E = \frac{1}{2} k y_m^2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 0,05^2 = 0,005 \text{ J}$$

Dále přečtěte v_m pro hmotnost oscilátoru 0,1 kg.

$$E_{p \max} = E_{k \max}$$

$$\frac{1}{2} k y_m^2 = \frac{1}{2} m v_m^2$$

$$v_m^2 = \frac{k y_m^2}{m}$$

$$v_m = \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot y_m = \sqrt{\frac{4}{0,1}} \cdot 0,05 = \underline{\underline{0,316 \text{ m/s}}}$$

Těžiště má pružinu dosahovat max. rychlost asi 0,32 m/s.

Pr: Učinite energii oscilátom a max.
rychlost, ji-li amplituda 5 cm
a pruhoz pružiny 4 N/m.

$$y_m = 0,05 \text{ m} \quad E = ?$$

$$D_k = 4 \text{ N/m}$$

$$E = E_p + E_k = (E_{p_{\text{max}}} + 0) = \frac{1}{2} k y_m^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,05^2 =$$

$$\underline{\underline{E = 0,005 \text{ J}}}$$

príd. hmotnost 0,1 kg

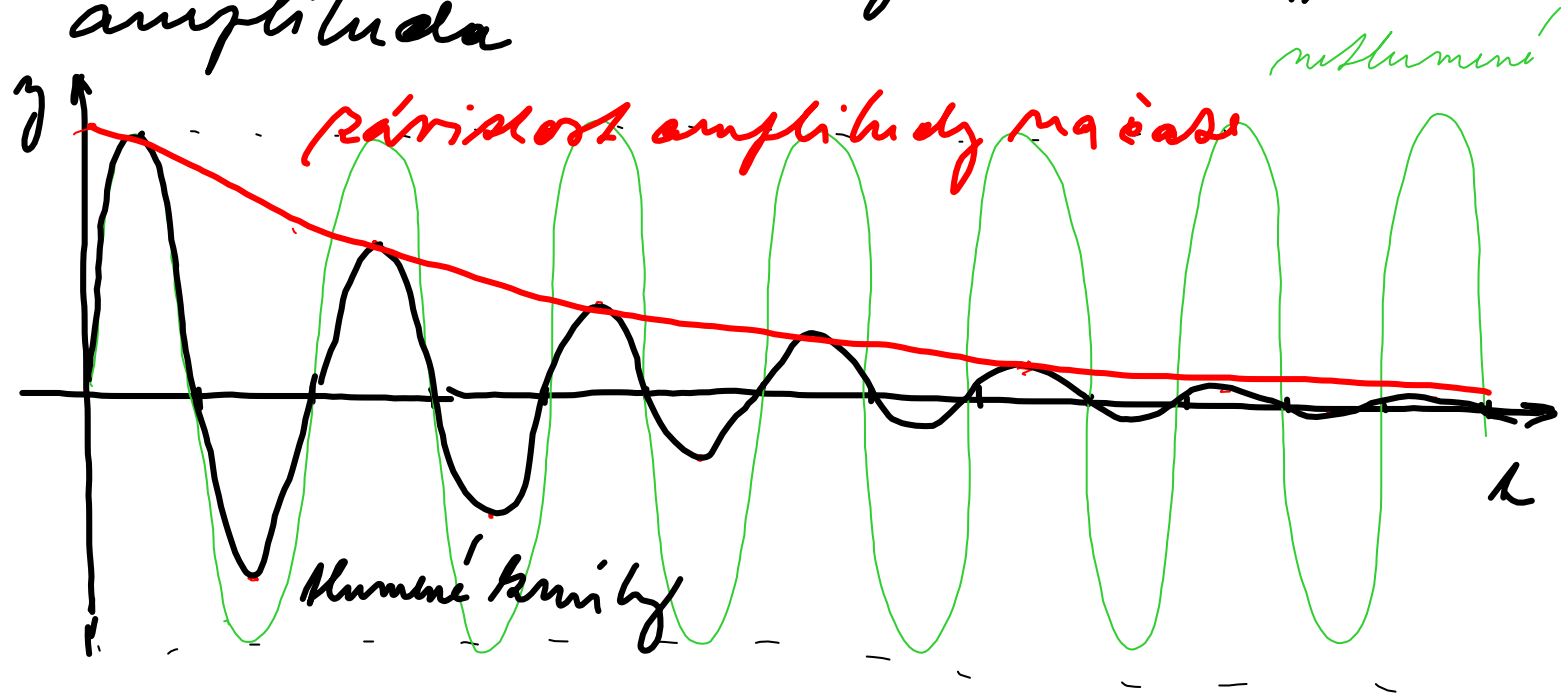
$$E_{k_{\text{max}}} = E = 0,005 \text{ J}$$

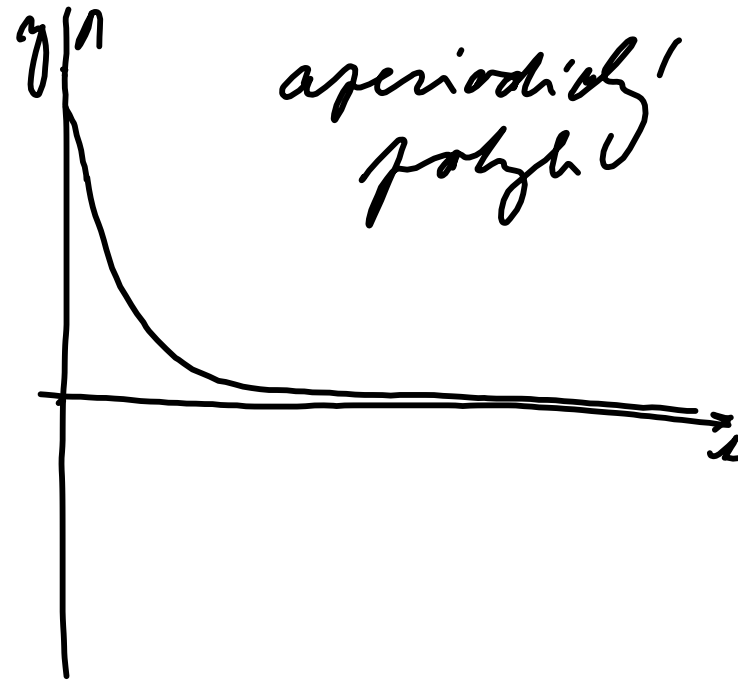
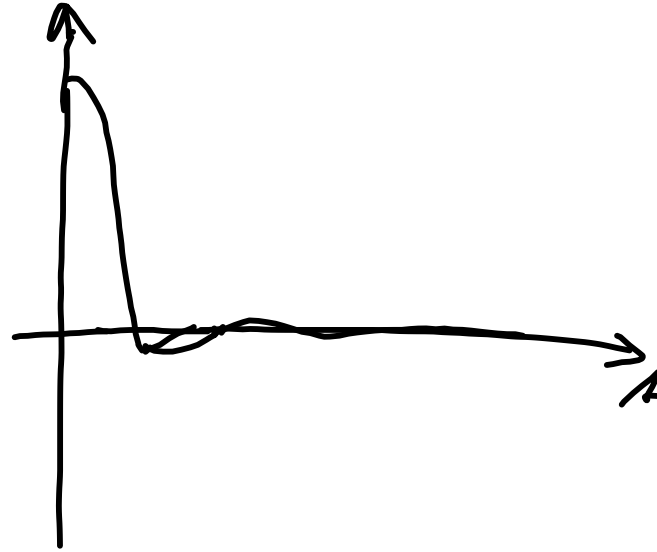
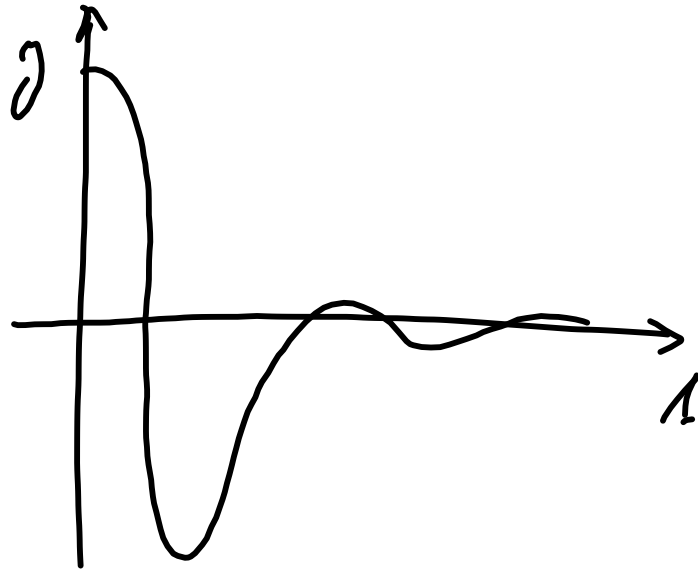
$$E_{k_{\text{max}}} = \frac{1}{2} m v_m^2$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2 E_m}{m}} \dots = 0,32 \text{ m/s}$$

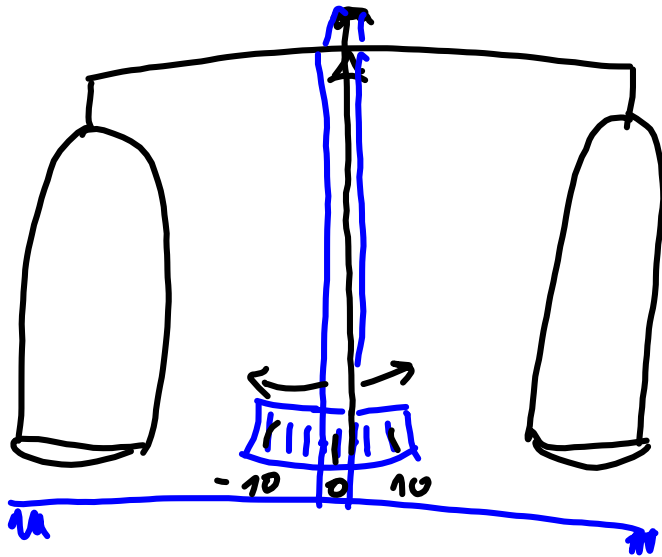
tlumení kmitů

- v důsledku odporu prostředí
oscilátor ztrácí energii a klesá jeho
amplituda



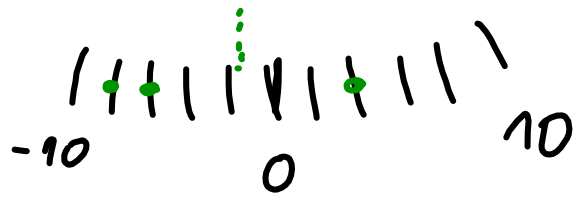


16/6 17



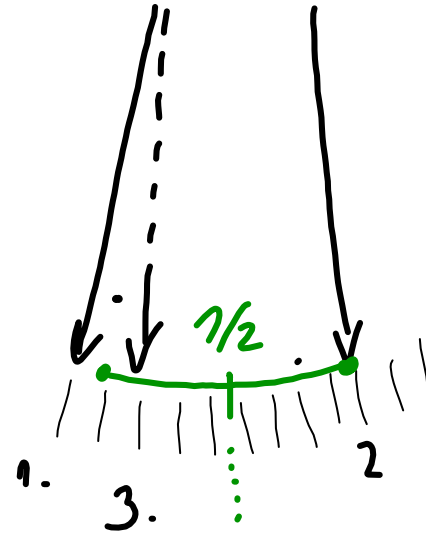
instrument'no'ky

3 kyzy



1. -8
 2. 4
 3. -6

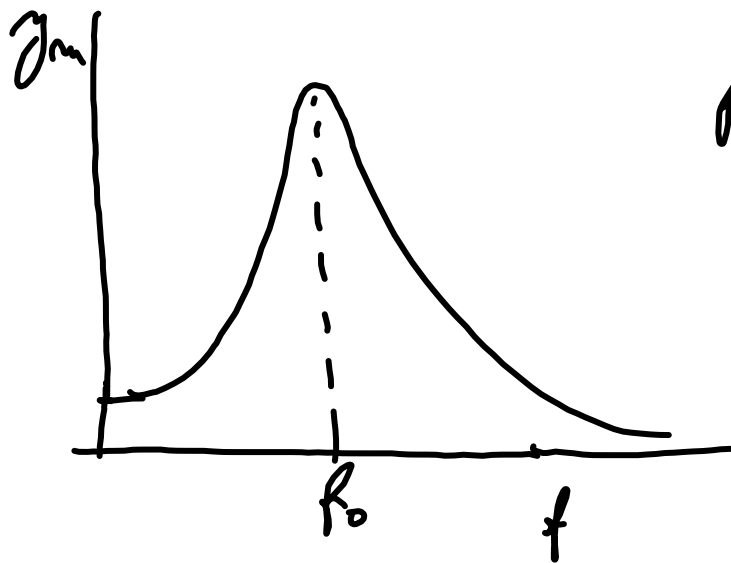
} ⇒ -1,5



normov. polohav

mechanical waves - vznikajú pri šírení
periodických síly, - má frekvenci síly
(z nulového)

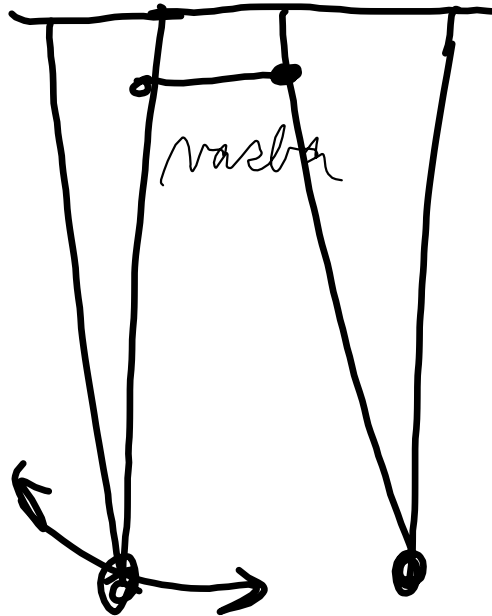
Resonance - jav, pri ktorom ...



f_0 ... frekvencia vlastného
kmitu - rezonančná
frekvencia

prelady resonance - vznikajú
- škodlivá

Sprišená kyvadla

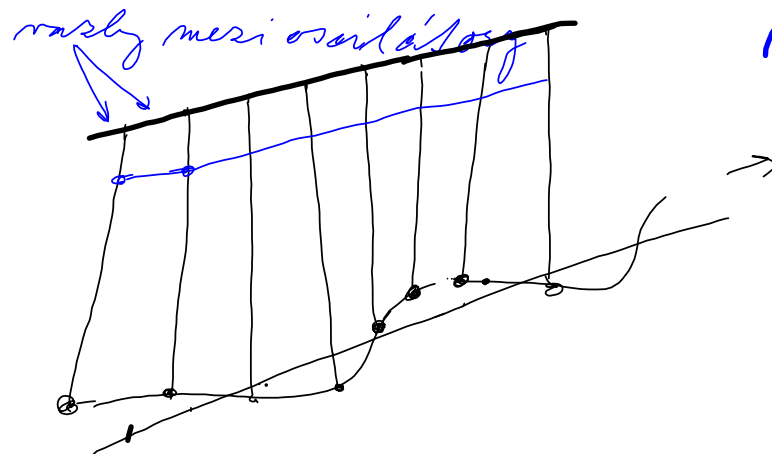


+ video

... docházi k prelivám
energií

Prvú kyvadlo je v rovnováhe,
druhé na počiatku v klidu,
po čase sa amplitúda
prvého sníži (až na 0)
a druhé zvýši a dej
se (opakne) opakuje.

Průběh - jde o řadu vzájemně
oscilátorů



Machin obrovský

- viděpodobný

postupné vlnění - přičení (osc. kmitají
kolmo na směr
přívě vlnění)

- podélné (- || - podél směr
přívě vlnění)