MECHANIKA

(hmotných bodů, soustav hm. bodů, tuhého tělesa)

Kinematika - popisuje pohyb

Dynamika - popisuje příčiny pohybu

Fyzikální veličiny a jednotky

Fyz. vel. popisuje určitou vlastnost;
míru této vlastnosti měříme pomocí fyz. jednotek

Fyzikální veličiny a jednotky

popisují fyzikální vlastnosti kvalitativně a kvantitativně

Hodnota veličiny X je dána její číselnou hodnotou $\{X\}$ · měřicí jednotka $[X]$

$$X = \{X\} \cdot [X]$$

např.:

délka $l = 5\ m$ $\{l\} = 5$ $[l] = m$

rychlost $v = 3\ m/s$

výkon $P = 30\ W$

$\uparrow$ kvalita (druh vlastnosti) $\uparrow$ kvantita (množství)

číselná hodnota nemá sama o sobě smysl $v = 40$ ...?

40 km/h
40 m/s
40 mm/den

Základní soustava jednotek SI

- se 7 základních jednotek
a odvozených jednotek
a násobků a dílů

veličina	značka	jednotka	značka
délka	l	metr	m
hmotnost	m	kilogram	kg
čas	t	sekunda	s
el. proud	I	ampér	A
termodyn. teplota	T	kelvin	K
látkové množství	n	mol	mol
svítivost	I	kandela	cd

viz: https://cs.wikipedia.org/wiki/Nov%C3%A9_definice_SI

nebo: https://vytapeni.tzb-info.cz/teorie-a-schemata/18320-nova-definice-zakladnich-jednotek-si

PF: spočítejte objem kvádru o rozměrech 38 mm, 15 km, 150 000 000 km.

$a = 38\ mm = 38\cdot 10^{-9}\ m \quad (3{,}8\cdot 10^{-8}\ m)$

$b = 15\ km = 15\cdot 10^{3}$

$c = 150\,000\,000\ km = 1{,}5\cdot 10^{8}\ km = 1{,}5\cdot 10^{11}\ m$

$V = a\cdot b\cdot c = 38\cdot 10^{-9}\cdot 15\cdot 10^{3}\cdot 1{,}5\cdot 10^{11} =$

$= 38\cdot 15\cdot 1{,}5\cdot 10^{-9+3+11} = \underline{\underline{855\cdot 10^{5}\ m^{3}}} = \underline{\underline{8{,}55\cdot 10^{7}\ m^{3}}}$

Převeďte na km^3:

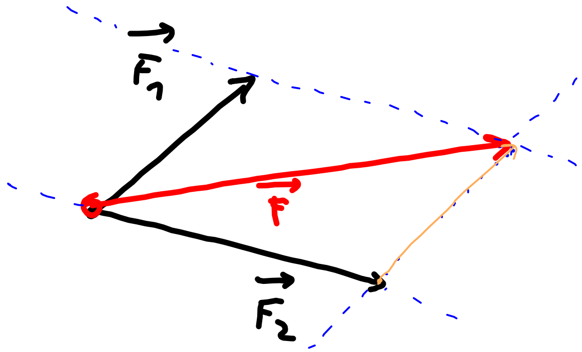
$1\ km^{3} = (1000\cdot 1000\cdot 1000\ m^{3}) = 10^{9}\ m^{3}$

$8{,}55\cdot 10^{7}\ m^{3} = \dfrac{8{,}55\cdot 10^{7}}{10^{9}} = 8{,}55\cdot 10^{7-9} = 8{,}55\cdot 10^{-2}\ km^{3} = \underline{\underline{0{,}0855\ km^{3}}}$

Skalární a vektorové veličiny

Vektorové veličiny - opak. skládání sil (vektorový součet)

$$\vec F = \vec F_1 + \vec F_2$$

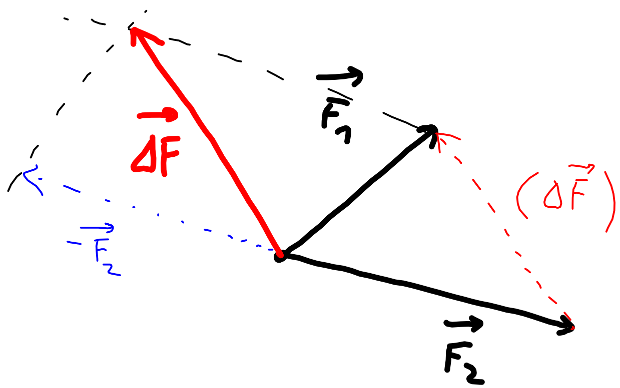


rozdíl vektorů

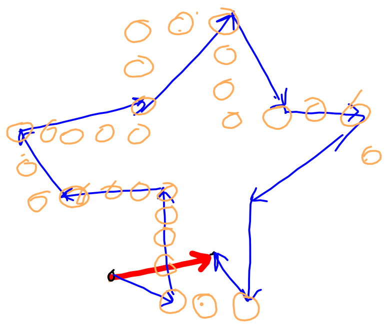
$$\Delta \vec F = \vec F_1 - \vec F_2$$

$$\left(\Delta \vec F + \vec F_2 = \vec F_1 \right)$$

$$\left(\Delta \vec F = \vec F_1 + (-\vec F_2) \right)$$



Př:



6 4 3 3 5 6 5 3 6 4 2

Př.: Automobil jede po přímé silnici rychlostí 50 km/h. Vítr fouká kolmo ke směru silnice rychlostí 10 m/s. Jak velkou rychlost a jaký směr naměří měřič rychlosti větru umístěný na střeše auta?

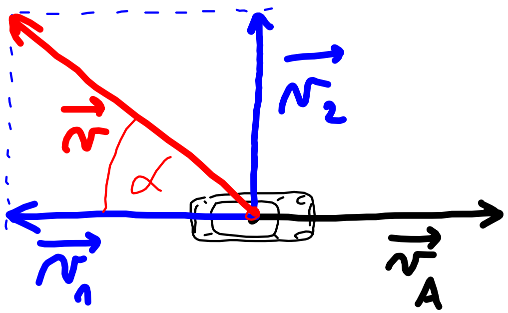
$v_1 = 10\ m/s$

$v_A = 50\ km/h \doteq 13{,}9\ m/s$

$\vec{v} = ?$

$\vec{v}_1 = -\vec{v}_A$ (rychlost, kterou by měřič naměřil za bezvětří)

$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \doteq \sqrt{100 + 192} \doteq$$

$$\doteq \sqrt{293} \doteq \underline{\underline{17{,}1\ m/s}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_1}{v_2} \doteq 0{,}72 \Rightarrow \alpha \doteq \underline{\underline{36^\circ}}$$

Měřič by zjistil rychlost přibližně 17,1 m/s ve směru odkloněném o 36° od směru silnice.

Kinematika - hmotného bodu

Rychlost hmotného bodu

průměrná rychlost $v_p = \frac{s}{t}$

celková dráha

celková doba pohybu

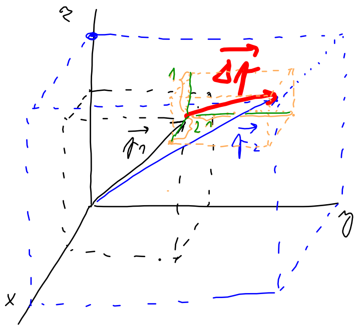
okamžitá rychlost – jako průměrná rychlost na krátkém časovém intervalu (Δt)

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad ; \quad \Delta t \to 0$$

Př: pohyb hmotného bodu je zadán polohovými vektory v čase

3,5 s (10, 11, 8) (pozn. (x, y, z) ... polohové souř.)

v čase 3,6 s (12, 12, 9) / souřadnice v metrech



$$v_p = \frac{|\Delta \vec r|}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 3{,}6 - 3{,}5\,s = 0{,}1\,s$$

$$\Delta \vec r = \vec r_2 - \vec r_1 = (2, 1, 1)$$

DÚ ... dopočíst

(v obrázku nesouhlasí číselné zobrazení souřadnic x = 2 y = 1; z = 1 - rýsování není přesné)

$$\vec v_p = \frac{\Delta \vec r}{\Delta t} = \frac{(2,1,1)}{0{,}1} =$$

$$= 10 \cdot (2,1,1) = (20, 10, 10)$$

Vektor průměrné rychlosti má souřadnice (v metrech za sekundu) $\vec v_p = (20, 10, 10)$.

Spočítejte velikost průměrné rychlosti.

$$|\vec v_p| = \sqrt{20^2 + 10^2 + 10^2} = \sqrt{600} \doteq \underline{24{,}5\,m/s}$$

Př: Spočítejte prům. rychlost

1) automobilu, který se nejprve 20 km pohyboval rychlostí 36 km/h a pak jel 15 minut rychlostí 120 km/h.

2) Spočítejte průměrnou rychlost bodu, který se za 0,5 s dostal z bodu A do bodu B, pak do bodu C (po jednotlivých úsečkách), jsou-li souřadnice bodů dány v cm:

A = [0,0] B = [3,4] C[8,16] (D[5,20])

1) $v_1 = 36\ km/h$ $v_2 = 120\ km/h$

$t_1 = ?$ $t_2 = 15\ min = 0{,}25\ h$

$s_1 = 20\ km$ $s_2 = ?$

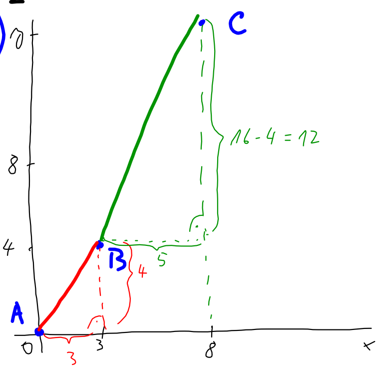
$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{s_1+s_2}{t_1+t_2} = \frac{20+30}{0{,}\overline{5}+0{,}25} = \frac{50}{0{,}80\overline{5}} \doteq 62\ km/h$$

(62,07
61,73)

$t_1 = 0{,}\overline{5}\ h$

$s_2 = 30\ km$

2)



$|AB| = \sqrt{9+16} = 5\ cm$

$|BC| = \sqrt{5^2+12^2} = \sqrt{25+144} =$

$= \sqrt{169} = 13\ cm$

$$v_p = \frac{|AB|+|BC|}{t} = \frac{0{,}18}{0{,}5} =$$

$= 0{,}36\ m/s$

Bod se bude pohybovat rychlostí 0,36 m/s.

↑ opakujte
28/5 19

Z hlediska tvaru trajektorie dělíme pohyby na
- křivočaré
- přímočaré

z hlediska průběhu rychlosti na
- rovnoměrný pohyb (má stálou velikost rychlosti)
- nerovnoměrný pohyb (velikost rychlosti se mění)

Rovnoměrný pohyb (může být křivočarý i přímočarý, nejjednodušším pohybem je pohyb rovnoměrný)

přímočarý

nemění se velikost ani směr rychlosti

okamžitá i průměrná rychlost mají stejnou velikost

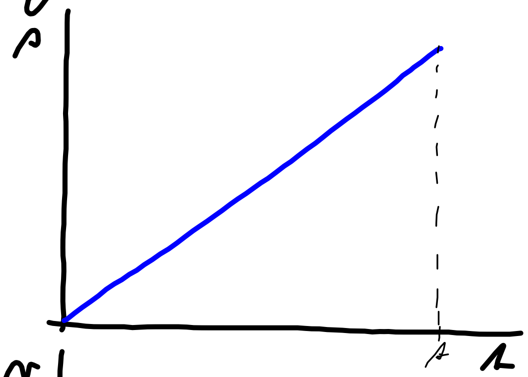
v ... rychlost

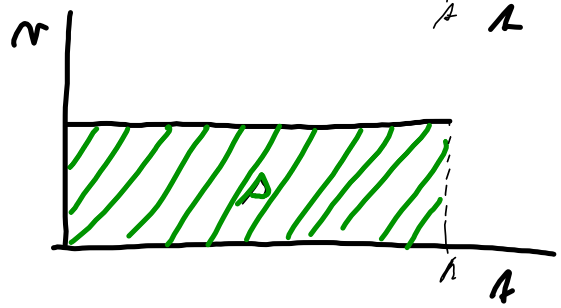
t ... čas (doba pohybu)

s ... dráha (délka trajektorie)

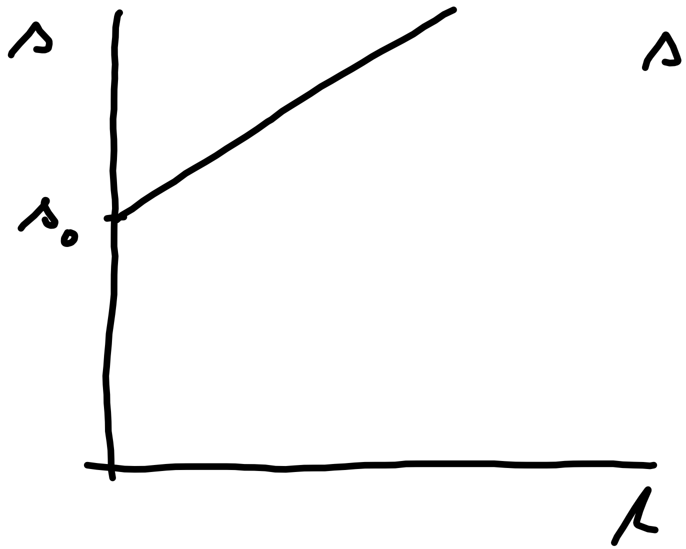
$s = v \cdot t \qquad v = \frac{s}{t}$

v – konstanta úměrnosti





s_0 ... počáteční dráha (v čase 0)

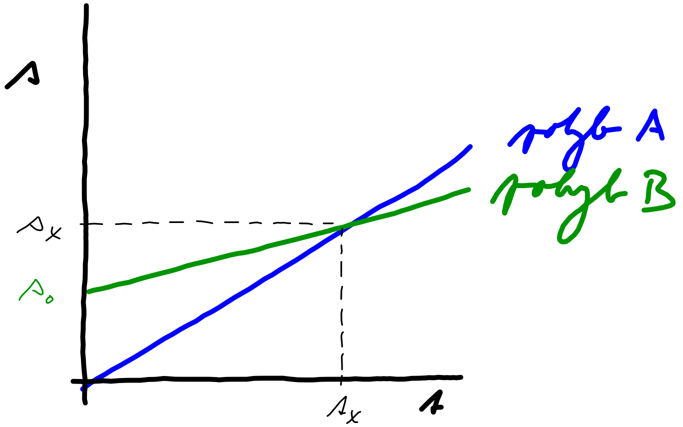


$$s = v \cdot t + s_0$$

úlohy o pohybu

Dú pojiště graf

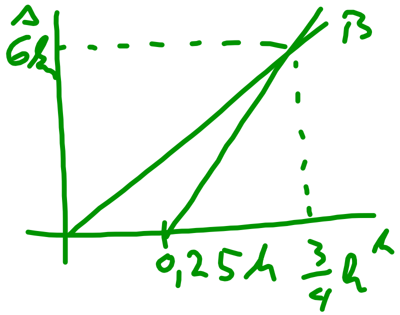
+ úlohy podle učebnice



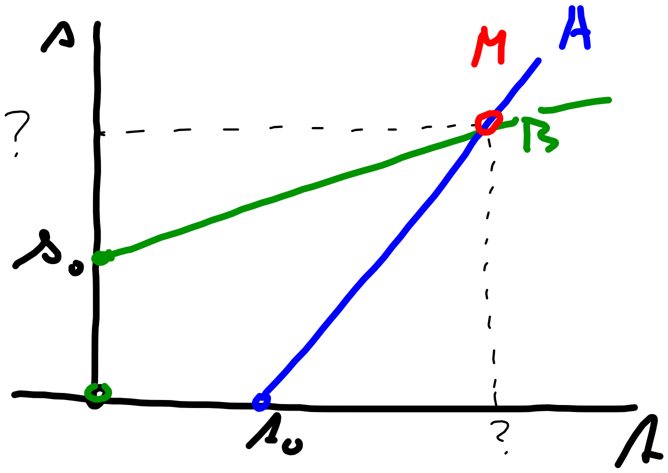
(např. B ... Bětka na koloběžce;
A ... Aleš na kole se vydají po stejné silnici stejným směrem. Vyjedou současně - v čase 0, ale Bětka je již od Aleše vzdálena s_0 (malší - má „náskok"). Aleš jede vyšší rychlostí než Bětka, a tak ji dohoní a předjede v čase t_x ve vzdálenosti s_x od počátku.)

4.↓6. 19

Př ... viz Dú



Př: (3/43)



$$s_B = s_A$$

$$v_B \cdot t + s_0 = v_A \cdot (t - t_0)$$

s_0 ... „náskok", který má Běžec B v čase $t = 0$ s ... počáteční dráha

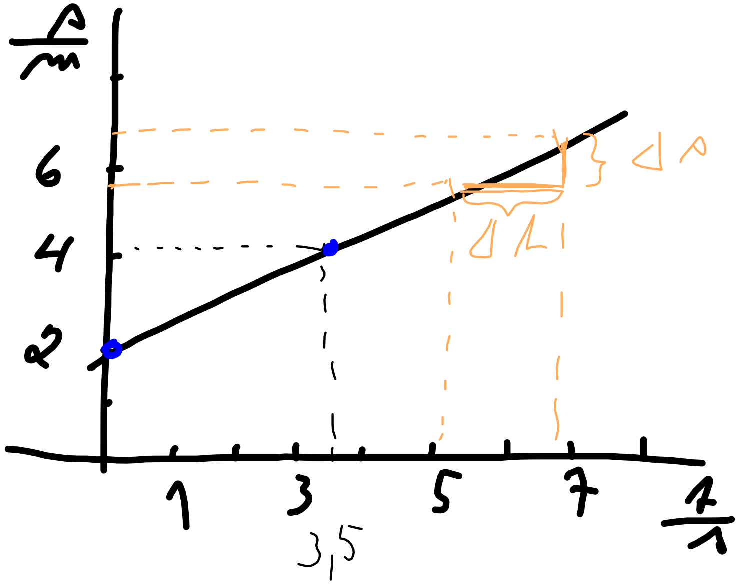
t_0 ... Alešovo „zpoždění" (Aleš vyrazí až v čase t_0)

M ... místo „předjíždění"

M[x; y] x ... čas, ve kterém se setkají

y ... dráha/vzdálenost od počátku, ve které se setkají

Př: Z grafu určete rychlost a vzdálenost pozorovaného tělesa od počátku v čase 15 s.



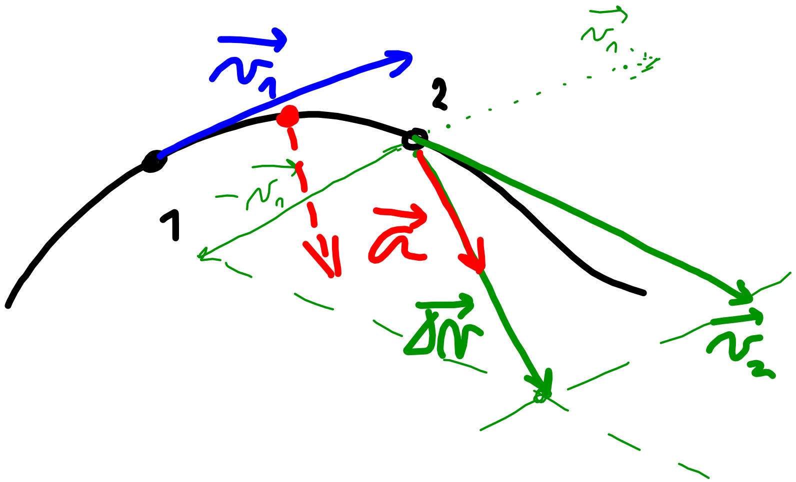
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{4-2}{3,5} = \frac{2}{3,5} = \doteq 0,57\ m/s$$

$$t = 15\,s \Rightarrow s = v \cdot t + s_0 = 0,57 \cdot 15 + 2 \doteq 10,6\ m$$

Rychlost tělesa je přibližně 0,57 m/s a v čase 15 s bude mít dráhu asi 10,6 m.

Rovnom. zrychl. pohyb

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \dots \text{ i vektorově } \quad \vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

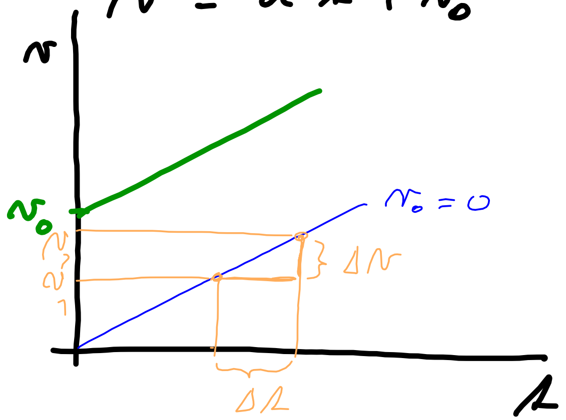


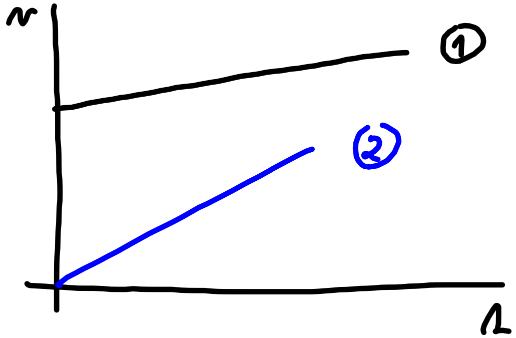
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

pro přímočarý pohyb je situace jednoduchá

popisujme dále rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

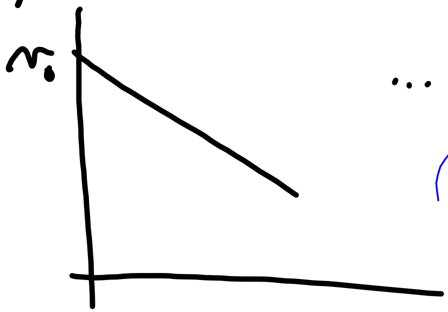
$$v = a \cdot t + v_0 \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$





$$a_1 < a_2$$

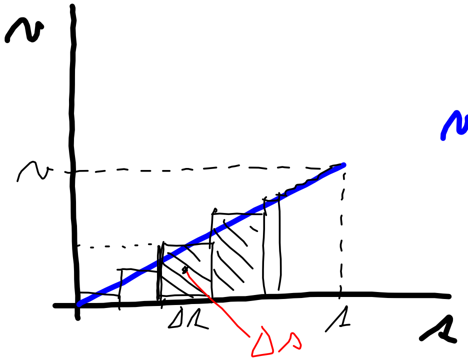
rovn.



... zrychlení je záporné – zpomalený pohyb

(to umožní pro zrychlený i zpomalený pohyb používat stejné vzorce)

Dráha rovnom. zrychl. pohybu



$v = a \cdot t$

$\Delta s = v \cdot \Delta t$

$s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \ldots$

dráha je číselně rovna ploše obrazce pod grafem závislosti rychlosti na čase

($S_\Delta = \frac{z \cdot v}{2}$ z - základna je číselně rovna době pohybu t
v - výška trojúhelníka je v čase t číselně rovna rychlosti v (= a · t))

$$s = \frac{t \cdot v}{2} = \frac{t \cdot a \cdot t}{2} = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\underline{s = \frac{1}{2} a t^2}$$

IV. 2018/19

V. 2019/20

opakování - rovnom. zrychlený pohyb + příkl.

<u>Př:</u> Spočítejte dráhu automobilu, který bude 2 s brzdit se zpomalením $4\,m/s^2$ s počáteční rychlostí a) 72 km/h b) 18 km/h.

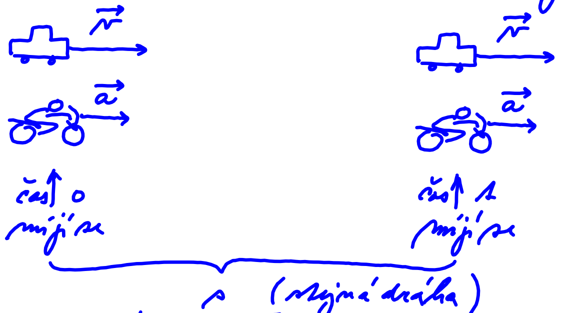
a) $v_0 = 72\,km/h = 20\,m/s$
$a = -4\,m/s^2$
$t = 2\,s$
$s = ?$
$v = ?$
$v = at + v_0 = -4\cdot 2 + 20 =$
$= 12\,m/s$
$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = -2\cdot 4 + 20\cdot 2 =$
$= 32\,m$

Automobil za 2 s sníží rychlost na 12 m/s a urazí při tom dráhu 32 m.

b) $v_0 = 18\,km/h = 5\,m/s$
$a = -4\,m/s^2$
$t = 2\,s$
$v = a\cdot t + v_0 = -4\cdot 2 + 5 = -3\,m/s$
$-3 < 0 \Rightarrow$ automobil by couval, což při brzdění nenastane. Doba brzdění (t') bude menší než 2 s.
$t' = ?$ $v = 0\,m/s$ (výsl. rych.)
$v_0 = 5\,m/s$
$a = -4\,m/s^2$
$v = at' + v_0$
$0 = -4t' + 5$
$4t' = 5$
$t' = \frac{5}{4}\,s$ $(= 1{,}25\,s)$
$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{-4}{2}\left(\frac{5}{4}\right)^2 + 5\cdot\frac{5}{4} =$
$= -2\cdot\frac{25}{16} + \frac{25}{4} = \frac{-25+50}{8} = \frac{25}{8}\,m$
$s = 3{,}125\,m$
Automobil zastaví za 1,25 s na dráze 3,125 m.

domácí úkol (26.9. - dopočítat příklad)

Stojící motocykl předjede automobil, jedoucí stálou rychlostí 50 km/h. V tom okamžiku se motocykl začne pohybovat se zrychlením $2{,}5\ m/s^2$. Za jak dlouho předjede motocykl automobil? (Po kolika metrech? Jakou rychlostí?)



$v = 50\ km/h = 13{,}\bar{8}\ m/s$

$a = 2{,}5\ m/s^2$

$$s_A = s_M$$

$$v \cdot t = \frac{1}{2} a t^2$$

$$13{,}\bar{8} \cdot t = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot t^2 \quad / \cdot \frac{2}{t \cdot 2{,}5}$$

$$\frac{13{,}\bar{8} \cdot 2}{2{,}5} = t$$

$$\underline{\underline{t = 11{,}\bar{1}\ s}}$$

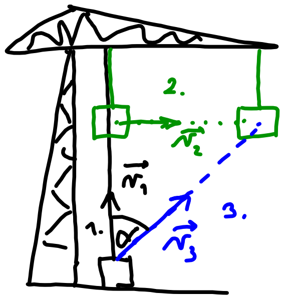
$$s_A = v \cdot t = 13{,}\bar{8} \cdot 11{,}\bar{1} \doteq 154{,}32\ m$$

$$v_M = a \cdot t = 2{,}5 \cdot 11{,}\bar{1} = 27{,}\bar{7}\ m/s = 100\ km/h$$

Motocykl předjede automobil asi za 11,1 s. Při tom urazí dráhu asi 154 m a získá rychlost 100 km/h.

Skládání pohybů a rychlostí

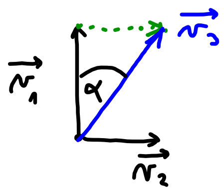
Př: Jeřáb pohybuje břemenem nahoru a doprava.



3. pohyb můžeme složit z pohybu 1. a pohybu 2. Výsledná dráha bude přímá.

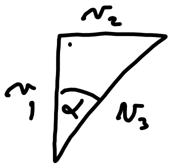
$\vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ ... skládání rychlostí

Př: Určete výslednou rychlost břemene a úhel, který svírá výsledná rychlost se svislým směrem. Ve svislém směru se břemeno pohybuje rychlostí 0,4 m/s a ve vodorovném rychlostí 0,3 m/s.



$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 0{,}4^2} = \sqrt{0{,}09 + 0{,}16} =$$

$$= \sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \ \mathrm{m/s}$$



$$\sin\alpha = \frac{v_2}{v_3} = \frac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6$$

$$\sin\alpha = 0{,}6 \Rightarrow \alpha = 36{,}8^\circ$$

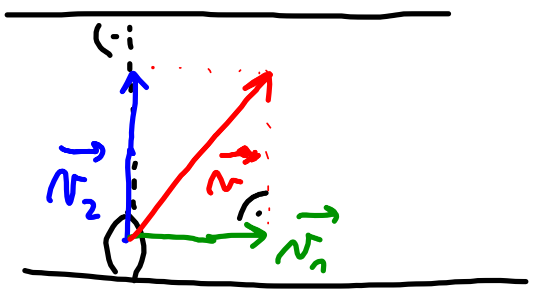
Břemeno se pohybuje rychlostí 0,5 m/s a směr pohybu svírá se svislým směrem úhel přibližně 37°.

Jakou rychlostí a kterým směrem se bude pohybovat člun na řece, jestliže rychlost proudu řeky je 1,5 m/s, člun má rychlost (vzhledem k vodě) 10 km/h a je natočen kolmo ke břehu.

$v = ?$

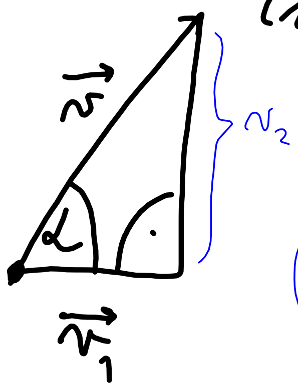
$v_1 = 1{,}5\ m/s = 5{,}4\ km/h$

$v_2 = 10\ km/h$



$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{5{,}4^2 + 10^2}$

$v \doteq 11{,}36\ km/h$



$\cos\alpha = \frac{v_1}{v} = \frac{5{,}4}{11{,}36} \doteq 0{,}48$

$\alpha \doteq 61^\circ$

$\left(\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{5{,}4} \doteq 1{,}852 \right.$

$\left. \alpha \doteq 68^\circ 29' \right)$

DÚ - úlohy str. 54

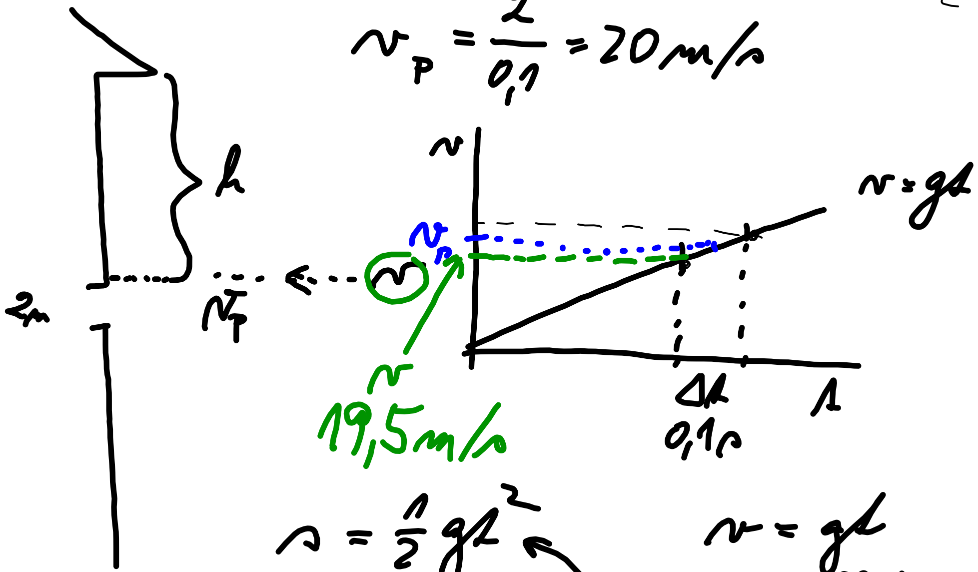
(příště - rovnom. pohyb po kruž.)

Př:

Kámen puštěný z okraje střechy proletí kolem 2 m okna za 0,1 s. Jak vysoko nad oknem je okraj střechy?

[18 m; 19 m ...]

$$v_p = \frac{2}{0{,}1} = 20\,\mathrm{m/s}$$



$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

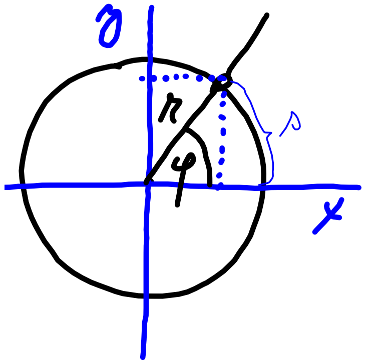
$$v = gt$$
$$19{,}5 = 10t$$
$$t = 1{,}95\,\mathrm{s}$$

$$s = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot 1{,}95^2 = 19{,}0125 \doteq \underline{\underline{19\,\mathrm{m}}}$$

jiný postup

$$\left.\begin{aligned} s &= \frac{1}{2}gt^2 \\ s+2 &= \frac{1}{2}g(t+0{,}1)^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow s,\ t$$

Rovnoměrný pohyb po kružnici



zavádíme úhlové veličiny

úhlová dráha φ (*) $\quad s = \varphi \cdot r$

úhlová rychlost $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad v = \omega \cdot r$

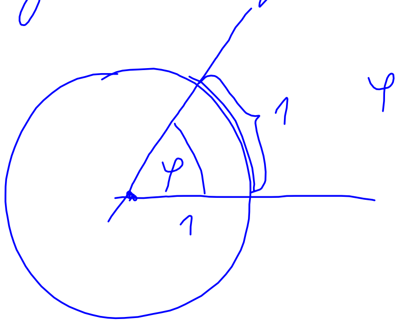
perioda T ... doba jedné otáčky

frekvence $f = \frac{1}{T} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$\omega = 2\pi f$

(*) úhel (úhlovou dráhu měříme v radiánech)

1 radián (rad) je úhel, který na jednotkové kružnici vytne oblouk jednotkové délky

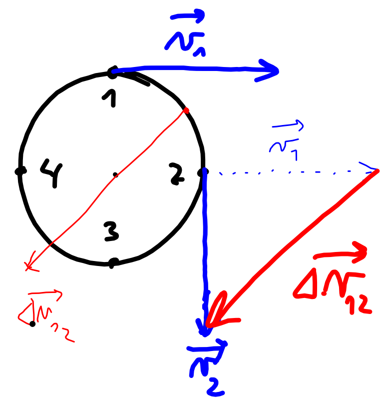


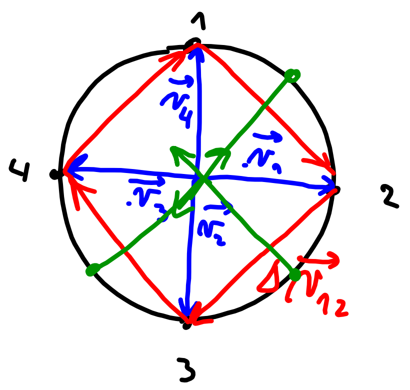
$\varphi = 1 \quad (\varphi = 1\,\text{rad})$

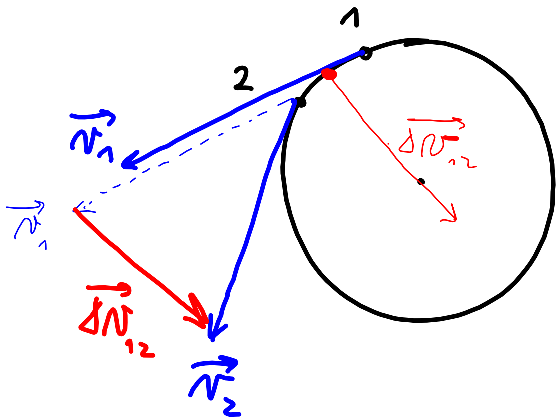
10/10 ↓ DÚ - úlohy podle učeb.

<u>Zrychlení při rovnoměr. pohybu po kruž.</u>

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad \Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



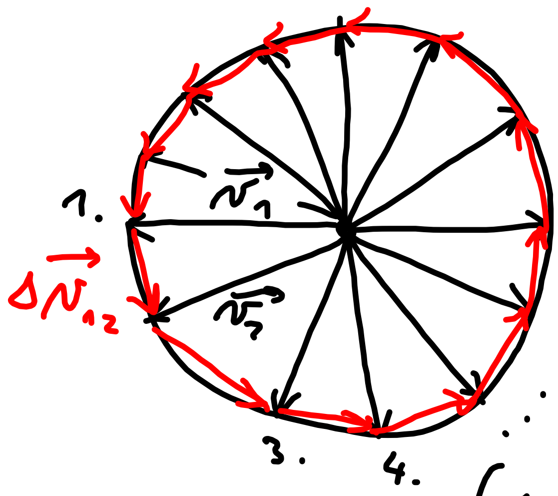




$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

vektor změny rychlosti směřuje do středu otáčení

– odpovídající zrychlení pojmenujeme: <u>dostředivé.</u>



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

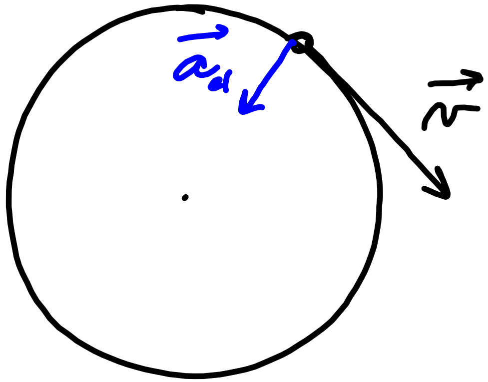
$\Delta t = T$ $\quad (o = 2\pi r)$

$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \dots, = 2\pi v$ ...součet velikostí všech změn rychlosti během jedné otáčky

dostředivé zrychlení

$$a_d = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2\pi v}{T} = 2\pi f v$$

$\underline{a_d = \omega \cdot v}$	$v = \omega \cdot r$
$a_d = \omega^2 \cdot r$	$\omega = \frac{v}{r}$
$a_d = \frac{v^2}{r}$	



Jaké je dostředivé zrychlení ventilku jízdního kola, který se pohybuje po kruhové dráze o poloměru 30 cm rychlostí 9 m/s

$r = 30\,\mathrm{cm} = 0{,}3\,\mathrm{m}$

$v = 9\,\mathrm{m/s}$

$$a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{81}{0{,}3} = 270\,\mathrm{m/s^2}$$

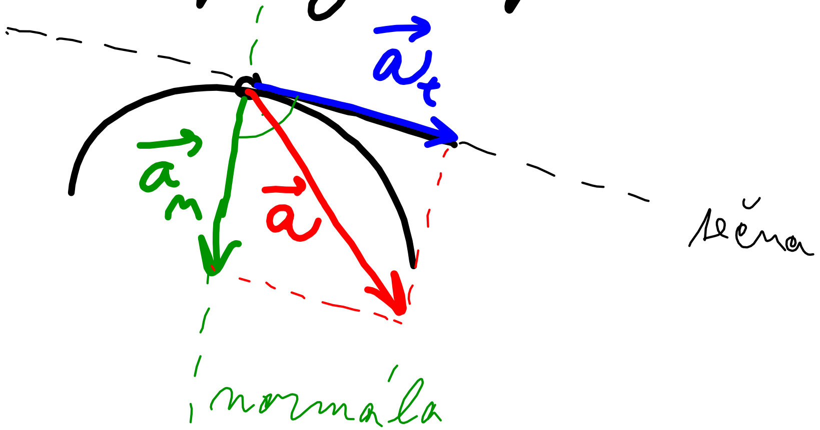
Ventilek se pohybuje s dostředivým zrychlením $270\,\mathrm{m/s^2}$.

22.6. 2017 17.10. 2019 VA

Příště - zrychlení nerovnoměrného křivočarého pohybu + opakování.

Zrychlení nerovnoměrného křivočarého pohybu

(křivočarý pohyb můžeme složit z pohybu po kruhových obloucích)



a_t ... tečné zrychlení

a_n ... normálové zrychlení

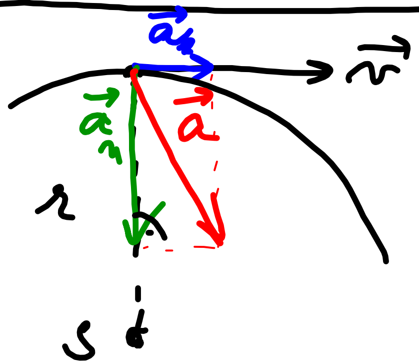
$$\vec{a} = \vec{a}_t + a_n$$

Př.: Určete zrychlení automobilu v zatáčce o poloměru 10 m, který má tečné zrychlení $2\,m/s^2$ v okamžiku, kdy je jeho rychlost 40 km/h.

$r = 10\,m$

$a_t = 2\,m/s^2$

$v = 40\,km/h = 11,\bar{1}\,m/s$



$$a_n = a_d = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{2^2 + \left(\frac{11,\bar{1}^2}{10}\right)^2} \doteq \sqrt{4 + 152,4} \doteq 12,4\ m/s^2$$

Automobil má při rychlosti 40 km/h zrychlení $12,4\,m/s^2$.

Př.: Kolo se začne pohybovat rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením na povrchu kola 0,3 m/s² (tečné zrychlení). Jak velké bude zrychlení na povrchu kola za 10 s? Ploměr kola je 0,5 m.

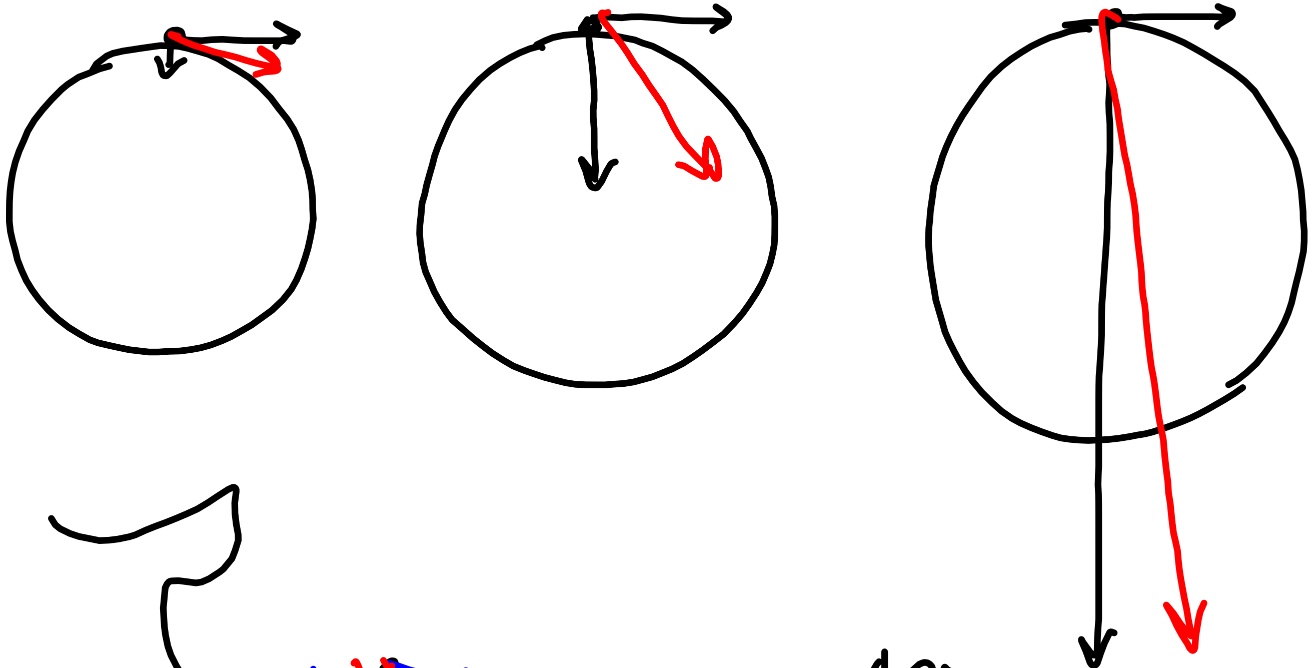
$$r = 0{,}5\ \mathrm{m}$$
$$a_t = 0{,}3\ \mathrm{m/s^2}$$
$$t = 10\ \mathrm{s}$$

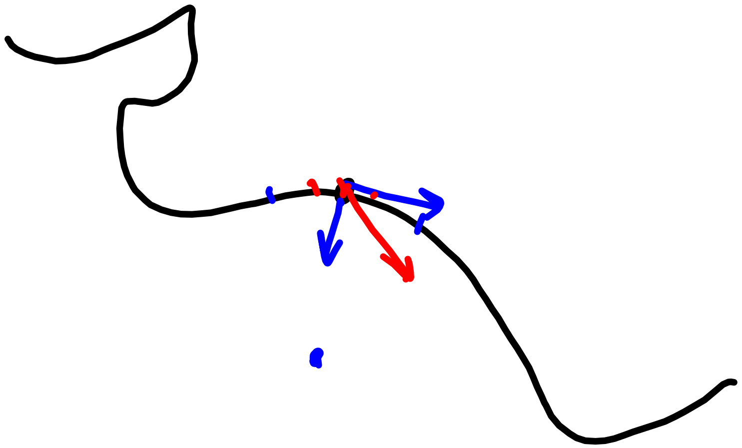
$$v = a_t \cdot t \quad (= 0{,}3 \cdot 10 = 3\ \mathrm{m/s})$$

$$a_n = a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{(a_t \cdot t)^2}{r} = \frac{a_t^2 \cdot t^2}{r}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{a_t^2 \cdot t^2}{r}\right)^2 + a_t^2} \doteq \sqrt{\left(\frac{9}{0{,}5}\right)^2 + 0{,}09} =$$

$$= \sqrt{324{,}09} \doteq \underline{\underline{18\ \mathrm{m/s^2}}}$$





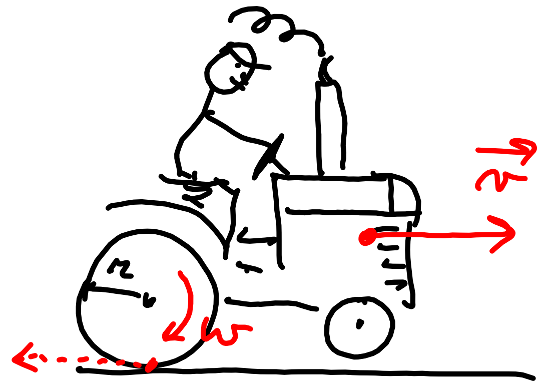
$$\frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \Delta t \to 0 \quad \frac{dr}{dt}$$

úloha 6/218

$r = 0{,}6\,m$

$\omega = ?$

$v = 9\,m/s$



$v = \omega \cdot r$

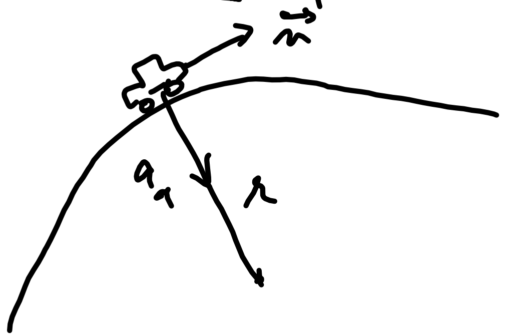
$\omega = \dfrac{v}{r} = \dfrac{9}{0{,}6} = \underline{15\,s^{-1}}$ (15 rad/s)

ú 8/218

$r = 100\,m$

$v = ?$

$a_d = 4\,m/s^2$



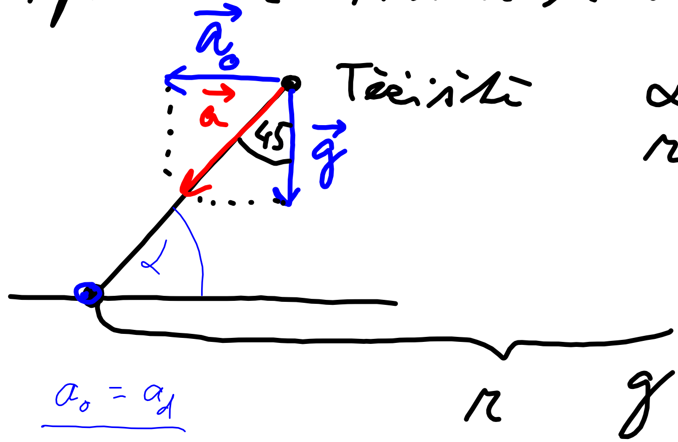
$a_d = \dfrac{v^2}{r} \quad / \cdot r$

$a_d \cdot r = v^2$

$v = \sqrt{a_d \cdot r} = \sqrt{4 \cdot 100} = \underline{20\,m/s}$

r

pozn. Jakou rychlostí projíždí cyklista (sesh. 64) zatáčkou? (předpokládejme poloměr 7 m a úhel sklonu - 45°)



$\alpha = 45°$
$r = 7\ m$

$a_o = a_d$

$g \doteq 10\ m/s^2$
$a_o = a_d = 10\ m/s^2$

$$a_d = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{a_d \cdot r} = \sqrt{10 \cdot 7} \doteq 8{,}37\ m/s$$

$$v \doteq 30\ km/h$$

($r = 7\ m$ $\Rightarrow$ $v = 30\ km/h$
$r = 10\ m$ $v = 36\ km/h$
$r = 15\ m$ $v \doteq 44\ km/h$
$r = 20\ m$ $v \doteq 51\ km/h$ ...)

Dynamika hmotného bodu

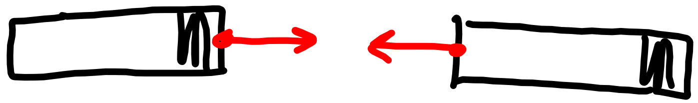
- zabývá se příčinami pohybu

DÚ opak.
„co může způsobit síla,
působící na těleso"
31. 10. 2019

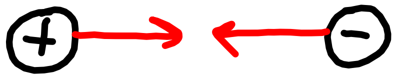
může poznámky ze sekundy

Síla a její účinky

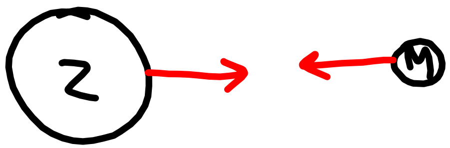
opak. magnetická síla (mezi magnety)



elektrická síla (mezi náboji)

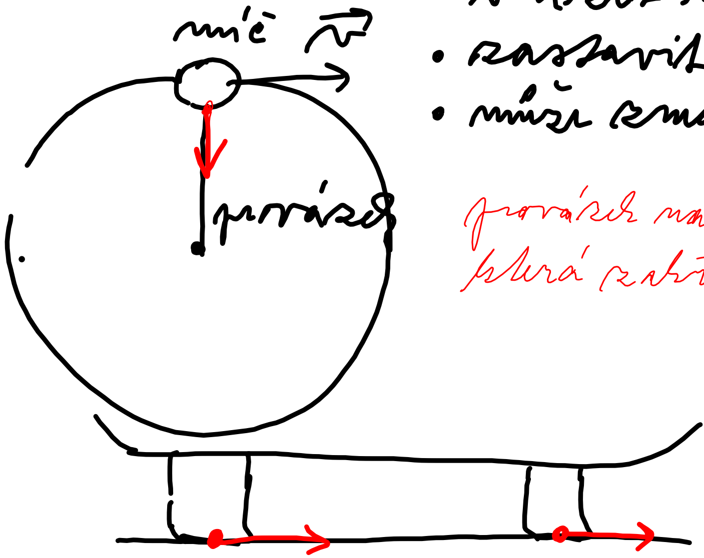


gravitační síla (mezi hmotnými tělesy)



účinky síly mohou být

- deformační – silou můžeme těleso ohnout, natáhnout, zmáčknout (roztrhnout, rozdrtit)
- pohybové – síla může těleso:
  - uvést do pohybu
  - zvýšit rychlost
  - snížit rychlost
  - zastavit
  - může změnit směr pohybu



provázek na míč působí silou, která zakřivuje jeho pohyb

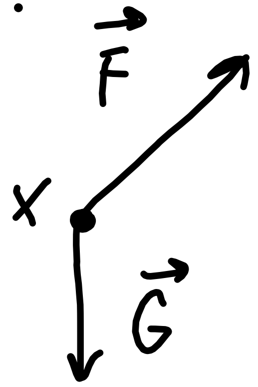
Síly znázorníme . . .

Sílu označujeme (obvykle) písmenem F

To, že má síla směr znázorňujeme $\vec{F}$

např.

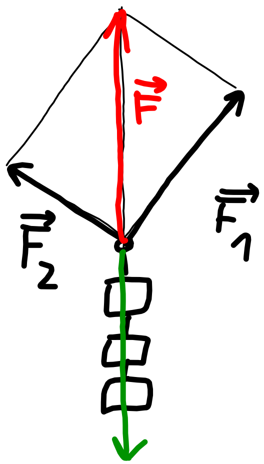
na bod X působí síly $\vec{F}$ a $\vec{G}$.



Jednotkou síly je 1 N (1 newton „ňůtn")

Tíha

⋮



$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

není obyčejné sčítání,
znamená skládání sil

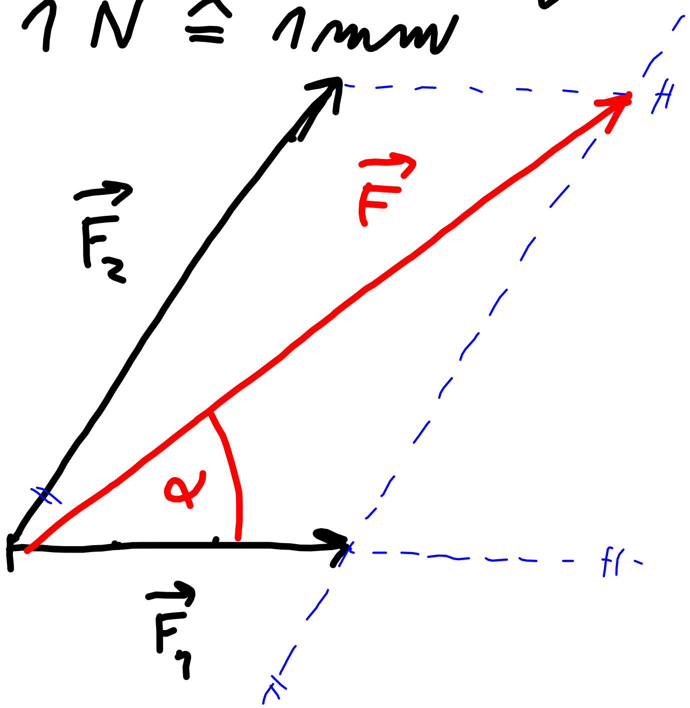
z obrázku: $F_1 \doteq 2{,}5\ \mathrm{N}$
$F_2 \doteq 2{,}2\ \mathrm{N}$
$F \doteq 3\ \mathrm{N}$

Když síly F_1 a F_2 nepůsobí v jedné přímce
pak $F_1 + F_2 \neq F$

$F_1 + F_2$ ... součet velikostí
$F_1 + F_2 \doteq 2{,}5 + 2{,}2 = \underline{4{,}7\ \mathrm{N}}$
$\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ... skládání sil

Př: Najděte výslednici $\vec{F}$, která vznikne složením sil $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$, které svírají úhel 60°. $F_1 = 30\,N$; $F_2 = 60\,N$. (řešte graficky)

$1\,N \;\hat{=}\; 1\,mm$



$\alpha \doteq 42°$ (43°, 41°...)

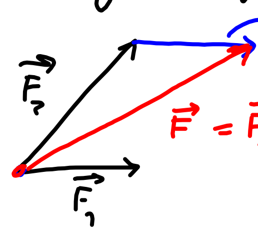
$F \doteq 79\,N$

81 N

79

⋮

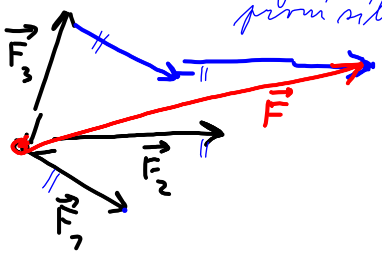
Skládání více sil (postupně můžeme skládat vždy 2 síly - obr.:)



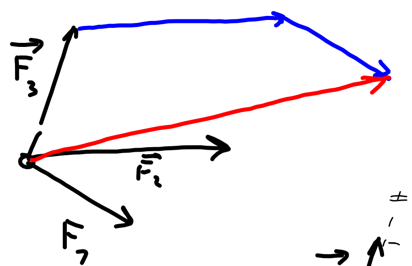
$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

skládáme síly tak, že každou další sílu rovnoběžně posuneme do koncového bodu předchozí síly a výsledná síla vychází z působiště první síly a koncový bod (šipku) má v koncovém bodě posledně skládané síly.

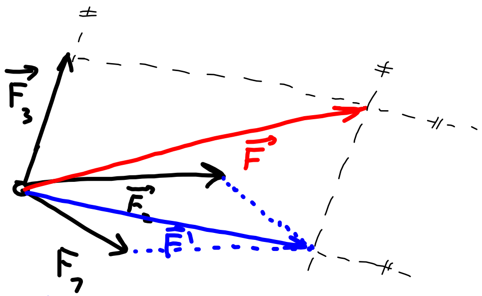
$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$



příště ... zd. skládání sil



Různý postup dává (při přesném rýsování) stejný výsledek $\vec{F}$

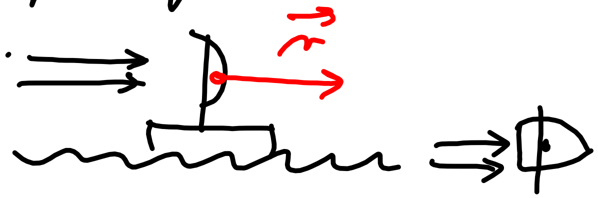


$\vec{F}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

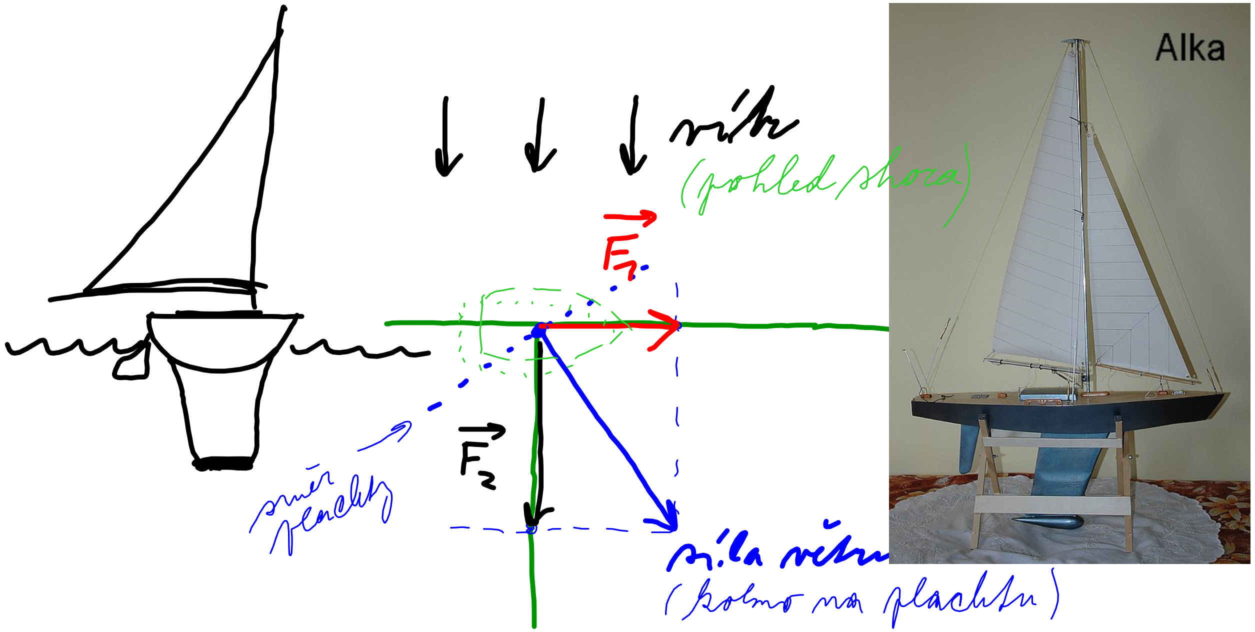
$\vec{F} = \vec{F}' + \vec{F}_3$

Může plachetnice plout proti větru?

po větru:



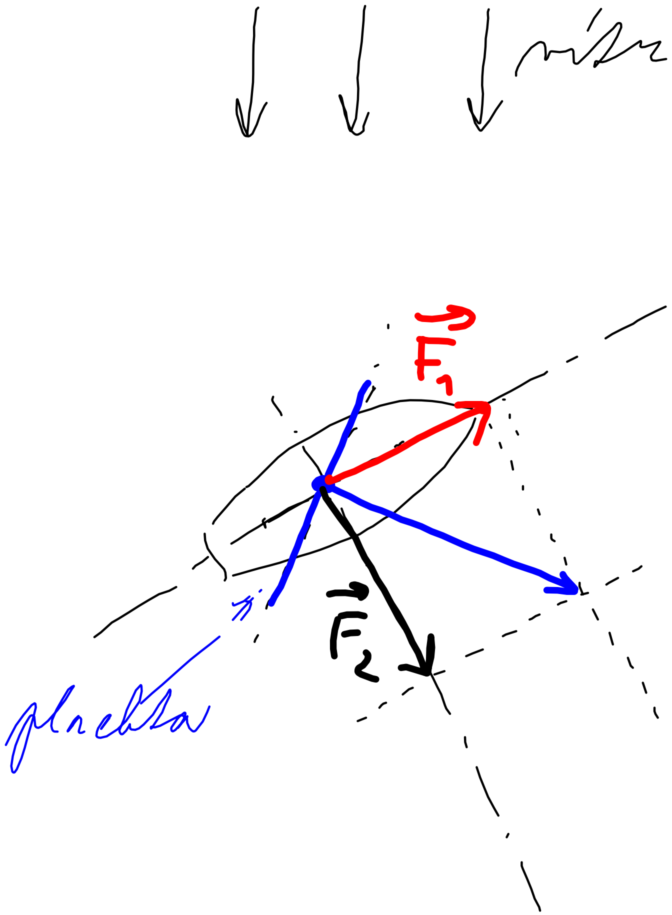
kolmo na směr větru:

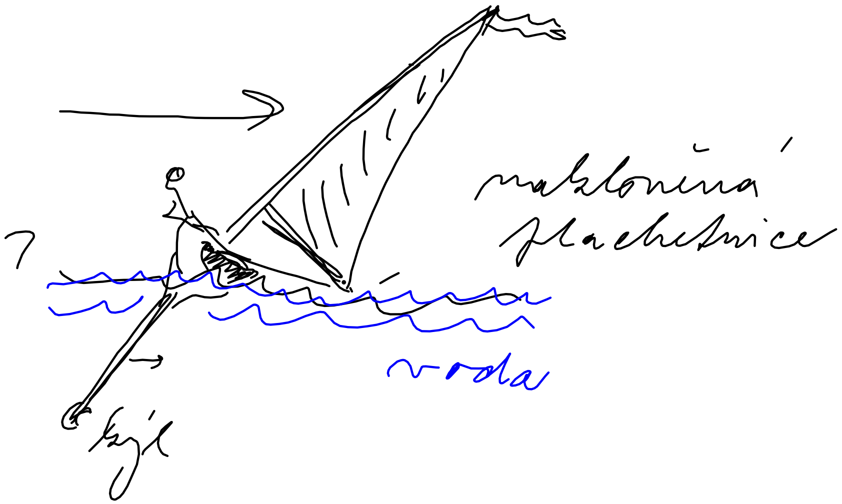


F_2 ... naklání plachetnici

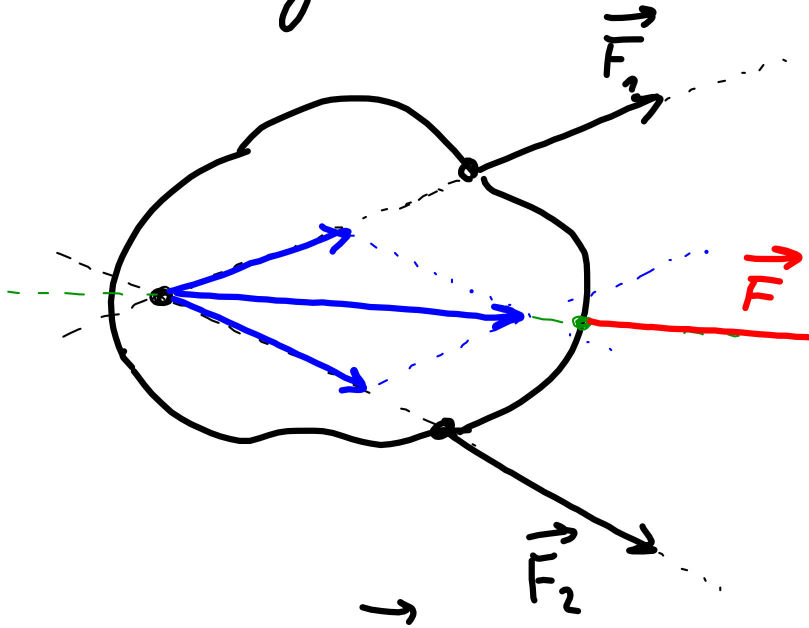
F_1 ... pohání plachetnici

Šikmo proti větru

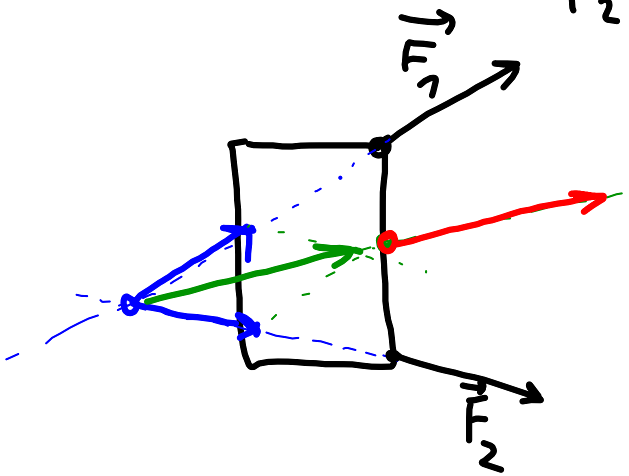




Skládání sil, které nepůsobí ve stejném bodě



účinek síly (působící na těleso) se nezmění, když posuneme působiště síly do libovolného bodu na vektorové přímce.



↓ Konec poznámek ze sekundy

– silové působení je vždy vzájemné
(mezi dvěma tělesy)

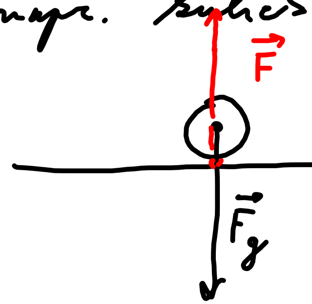
vzájemné působení – interakce

síla – je interakční vektor

Izolované těleso – takové, které..

Izolovaný hmotný bod – takový, na který nepůsobí žádné síly (nebo se působící síly navzájem ruší)

např. kulička na vodorovné desce (se zanedb. třením)



$$\vec{F}_g + \vec{F} = \vec{0}$$

gravitační

tlaková síla podložky

Inerciální a neinerciální vztažné soustavy

Pohybové zákony (Newtonovy)

1. zákon setrvačnosti
2. zákon síly
3. zákon akce a reakce

Zakon setrvačnosti

2. Zákon síly

6/86

Míč o hmotnosti 0,20 kg dopadl kolmo na pevnou stěnu rychlostí o velikosti 20 m/s a odrazil se rychlostí o velikosti 15 m/s. Náraz trval po dobu 0,005 s. Jak velká byla změna velikosti rychlosti a jak velkou silou působila po dobu nárazu stěn na míč?

$m = 0{,}2\ kg$

$v_1 = 20\ m/s$

$v_2 = 15\ m/s$

$t = 0{,}005\ s$

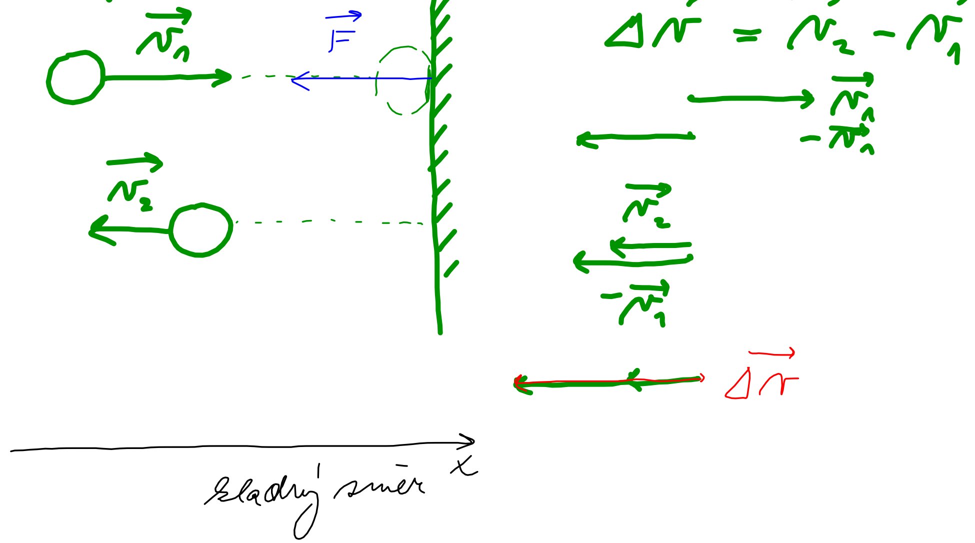
$F = a \cdot m$

$$F = \frac{v_1 - v_2}{t} m = \frac{20 - (-15)}{0{,}005} 0{,}2 = 1400\ N$$

---

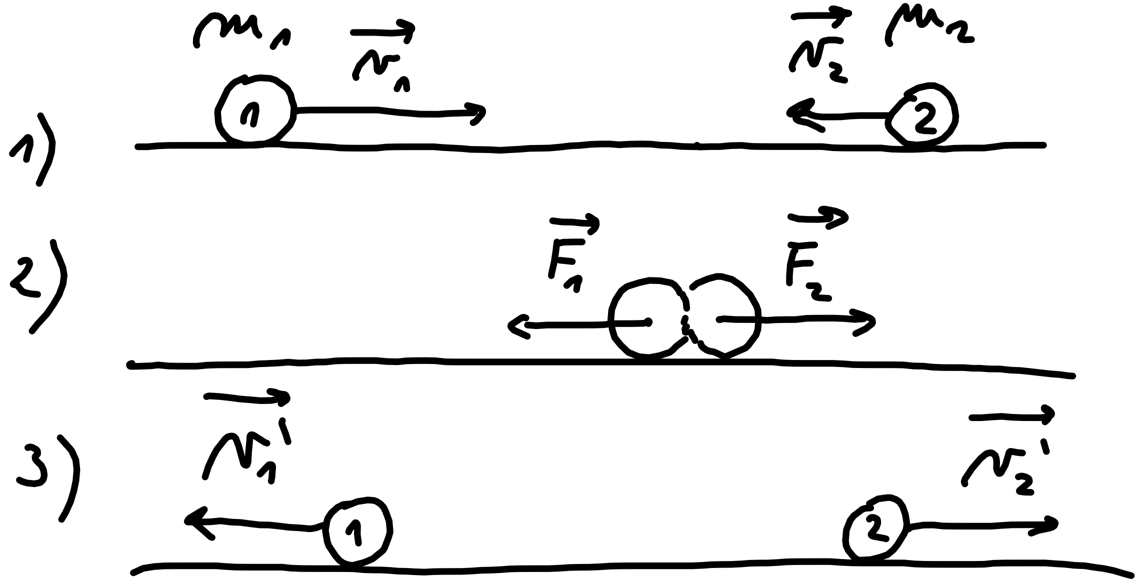
pozn.

$\vec{\Delta v} = \vec{v_2} - \vec{v_1}$



$\Delta v = -35\ m/s$

Zákon zachování hybnosti



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Př: 3/94

Prázdný žel. vůz ... $2{,}5 \cdot 10^4$ kg má rychlost $0{,}9$ m/s po vod. přímé trati narazí na stojící vůz o hmot $5{,}5 \cdot 10^4$ kg. Spočítejte spol. rychlost po nárazu (vozy se spojí!)

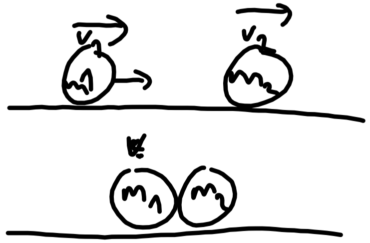
$m_1 = 2{,}5 \cdot 10^4$ kg

$v_1 = 0{,}9$ m/s

$m_2 = 5{,}5 \cdot 10^4$

$v_2 = 0$ m/s

$\left.\begin{array}{l} v_1' = ? \\ v_2' = ? \end{array}\right\} v' = ?$



$m \cdot \vec{v} = \vec{p}$

$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$

$2{,}5 \cdot 0{,}9 + 5{,}5 \cdot 0 = 2{,}5 \cdot v_1' + 5{,}5 \cdot v_2'$

$v = \dfrac{m_1 \cdot v_1 + v_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$

$v = \dfrac{2{,}5 \cdot 0{,}9 + 5{,}5 \cdot 0}{2{,}5 + 5{,}5}$

$v = \dfrac{2{,}25}{8} = 0{,}28125$ m/s $\doteq 0{,}3$ m/s

Př 2/94 ... zpětný ráz pušky

hybnost střely $p_1 = 8\ \mathrm{kg\,m/s}$

Střela končí v těle padoucha (o hmotnosti 60 kg). Jakou rychlostí se padouch bude po zásahu pohybovat? (předtím se nepohyboval)

Pokus: raketa z PET láhve

Tření a valivý odpor

Tření (smykové tření)

Třecí síla je síla, která působí proti směru pohybu (nebo proti směru, kterým by se těleso pohybovalo, kdyby tření nebylo).

Ú 3/98

$m = 200\,kg \qquad g = 10\,m/s^2$

$f = 0,2$

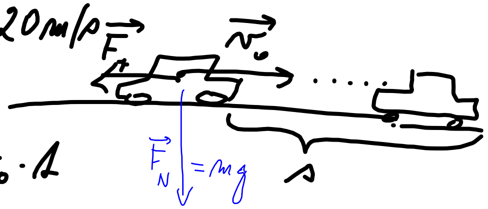
$F_T = ?$

$F_T = f \cdot F_N = f \cdot g \cdot m = 0,2 \cdot 2000 = \underline{400\,N}$

4/98 $s = ?$ $\qquad g = 10\,m/s^2$

$v_0 = 72\,km/h = 20\,m/s$

$f = 0,25$



$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t$

$-F_T = m \cdot a$

$f \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow |a| = f \cdot g \; (= 0,25 \cdot 10 = 2,5\,m/s^2)$

výsl. rychlost $v = 0\,m/s$

$v = v_0 + at$

$0 = 20 \overset{*}{-} 2,5 \cdot t$

$2,5t = 20$

$t = \frac{20}{2,5} = 8\,s$

$s = \frac{1}{2}(-2,5) \cdot 8^2 + 20 \cdot 8 = -\frac{2,5 \cdot 64}{2} + 160 =$

$= -80 + 160 = \underline{\underline{80\,m}}$

*zpomalený pohyb

automobil zastaví po 80 m.

Dostředivá síla - je síla, která způsobuje zakřivení rovnoměrného pohybu po kružnici

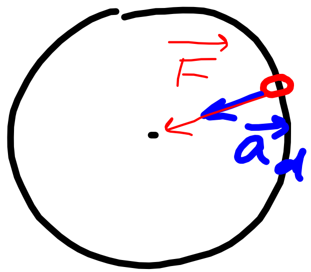
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}_d$$

$$F_d = m \cdot a_d$$

$$F_d = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$F_d = m \cdot \omega^2 \cdot r$$



DÚ úlohy z učebnice 5.12.2019

PŘ: Spočítejte max. rychlost projíždění automob. kruhovým objezdem.

$r = 50\,m$

$f = 0{,}55 \quad (0{,}1)$

$v = ?$

(dostředivou silou je třecí síla)

$$F_d = F_t$$

$$m \cdot a_d = f \cdot F_N$$

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = f \cdot m \cdot g \,\Big/ \cdot \frac{r}{m}$$

$$v^2 = f \cdot g \cdot r$$

$$\underline{v = \sqrt{f \cdot g \cdot r}} \doteq \sqrt{0{,}55 \cdot 10 \cdot 50} = \sqrt{275} = 16{,}6\,m/s$$

$$\underline{\underline{= 59{,}7\,km/h}}$$

pro $f = 0{,}1$ (náledí)

$$v = \sqrt{0{,}1 \cdot 10 \cdot 50} = \sqrt{50} \doteq 7{,}1\,m/s$$

$$= 25{,}4\,km/h$$

Galileův princip relativity

– všechny inerciální vztažné soustavy jsou vůči sobě v klidu nebo pohybu rovnoměrném, přímočarém.

Zákony mechaniky jsou stejné ve všech inerciálních soust.

Setrvačné síly – působí v neinerciálních vztaž. soustavách (soustava, která se pohybuje se zrychlením).

např.: soustava spojená s automobilem v zatáčce ...

2019

příště ... prověrka $\underline{12 \downarrow 12}$

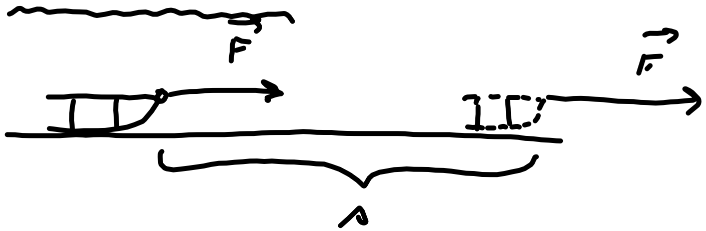
Práce, výkon, energie

Mechanická práce

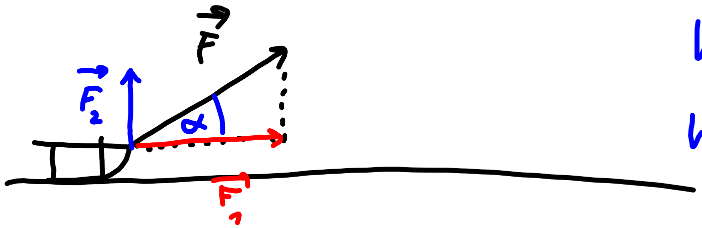
ozn. W ; jednotka $1\,J$; skalár

$W = F \cdot s$; F ... velikost síly ve směru posunutí

s ... velikost posunutí



$W = F \cdot s$



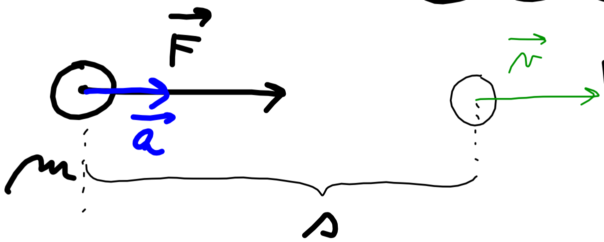
$W = F_1 \cdot s$

$W = \ldots$

Energie - schopnost konat práci

ozn. E ; jednotka J

Př: jakou práci vykoná síla při rovnoměrně zrychleném pohybu? (-stejně velká třecí síla při zpomaleném pohybu)



$$W = F\cdot s = m\cdot a\cdot s =$$

$$= m\cdot\frac{v}{t}\cdot s = m\cdot v\cdot\frac{s}{t} =$$

prům. rych.

$$= m\cdot v\cdot v_p = m\cdot v\cdot\frac{v}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\, m\cdot v^2$$

$$W = \frac{1}{2} mv^2 \quad \dots = E$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2} mv^2}$$ pohybová energie

$$E_p = mgh$$

Mechanická energie

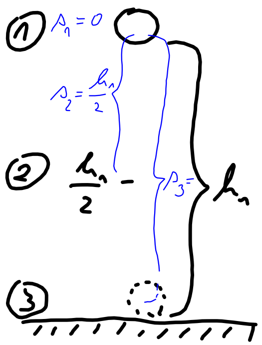
Všechny formy energie lze chápat jako energii kinetickou nebo potenciální.

Pro celkovou energii platí:

$$E = E_k + E_p$$

Př: Těleso padá volným pádem z výšky h_1. Spočítejte celkovou energii v max. výšce, poloviční výšce a nulové výšce.

$E = ?$; ① $h = h_1$ ② $h = \frac{h_1}{2}$; ③ $h = 0$



① $E = \frac{1}{2} m v^2 + mgh = 0 + mgh_1$ ⊛ ($v = 0$)

② $E = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2} m \left(g \cdot \sqrt{\frac{h_1}{g}}\right)^2 + mg\frac{h_1}{2} = \frac{1}{2} mgh_1 + \frac{mgh_1}{2} = mgh_1$

③ $E = \frac{1}{2} m v_3^2 + mgh_3 = \frac{1}{2} m \left(g \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}}\right)^2 + mg \cdot 0 = \frac{1}{2} m \frac{g^2 2h_1}{g} + 0 = mgh_1$

$v = gt$; $s (= h) = \frac{1}{2} g t^2$; $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; $t_2 = \sqrt{\frac{2 s_2}{g}} = \sqrt{\frac{h_1}{g}}$; $t_3 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ ($s_2 = \frac{h_1}{2}$, $s_3 = h_1$)

$v_2 = g \cdot \sqrt{\frac{h_1}{g}}$

$v_3 = g \cdot t_3 = g \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$.

⊛ DÚ … od tohoto místa dopočíst 23. 1. 20

P: Jaká část energie se přemění nepružnou srážkou (v jiné formy*) při spojení dvou kuliček?

$m_1 = 2\,kg \quad v_1 = 5\,m/s$

$m_2 = 3\,kg \quad v_2 = 2\,m/s$

před $\text{(1)} \xrightarrow{\vec{v}_1} \quad \text{(2)} \xrightarrow{\vec{v}_2}$ po $\underset{m_1+m_2}{\text{(1)(2)}} \xrightarrow{\vec{v}}$

ze zák. zach. hybn. $\Rightarrow v = 3{,}2\,m/s$

před srážkou $E_{K1} = 25 + 6 = 31\,J$

po sráž. $E_{K2} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\cdot v^2 = \frac{1}{2}\,5\cdot 3{,}2^2 = 25{,}6\,J$

$\Delta E = ?\quad \Delta E = E_{K1} - E_{K2} = 31 - 25{,}6 = \underline{\underline{5{,}4\,J}}$

Nepružnou srážkou se 5,4 J přemění v jiné formy energie.

* - zejména vnitřní energie

Jakou by kuličky měly rychlost po srážce v případě dokonale pružné srážky?

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow *$

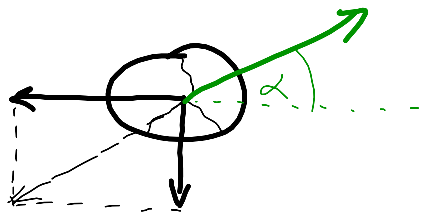
$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

pozn. soustava dvou rovnic o dvou neznámých v_1' a v_2' vede na kvadratickou rovnici

$ax^2 + bx + c = 0 \qquad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \ldots$

$*\quad 2\cdot 5 + 3\cdot 2 = 2v_1' + 3v_2'$

pozn.



Poznámka: Energie ... J - charakterizuje stav

Práce .... J - charakterizuje děj

(změna stavu; výměna energie)

Př: Jakou rychlost získá těleso při volném pádu z výšky 5 m?

$$\frac{1}{2} m v^2 = m g h \quad / : m$$

$$\frac{1}{2} v^2 = g h \quad / \cdot 2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh} \doteq \sqrt{100} = \underline{10\ m/s}$$

Výkon (P) a účinnost

$$P = \frac{W}{t}$$ (W ... práce vykonaná za dobu t)

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$$

Př: Jaký je výkon cyklisty, jestliže působí silou 10 N při rychlosti 18 km/h?

$F = 10\,N$

$v = 18\,km/h = 5\,m/s$

$P = F \cdot v = 10 \cdot 5 = \underline{\underline{50\,W}}$

Př: Spočítej účinnost při práci na nakloněné rovině, když bednu o hmotnosti 50 kg vytlačíme silou 200 N do výšky 0,5 m. Délka nakloněné roviny je 3 m.

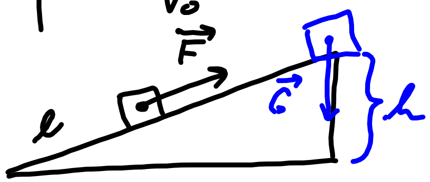
$h = 0{,}5\ \mathrm{m}$ $\quad m = 50\ \mathrm{kg}$

$l = 3\ \mathrm{m}$ $\quad (g \doteq 10\ \mathrm{m/s^2})$

$F = 200\ \mathrm{N}$

$\eta = ?$

$$\eta = \frac{W}{W_0}$$



$$W = G \cdot h = m \cdot g \, h$$

$$W_0 = F \cdot s = F \cdot l$$

$$\eta = \frac{W}{W_0} = \frac{m g h}{F \cdot l} = \frac{50 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{200 \cdot 3} = \frac{250}{600} = 0{,}41\bar{6} \doteq \underline{\underline{41{,}7\ \%}}$$

Účinnost nakl. roviny je asi 42 %.

Př: Spočítej účinnost výtahu, který vyveze kabinu do výšky 14 m za 20 s. Příkon motoru je 3 kW a kabina má hmotnost 300 kg.

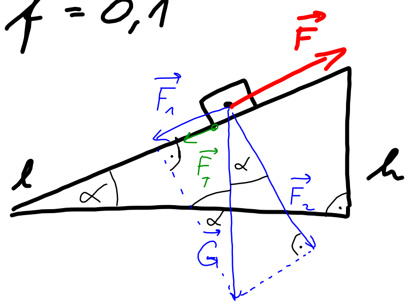
$m = 300\,kg$
$t = 20\,s$
$h = 14\,m$
$P_0 = 3\,kW$

$$\eta = \frac{W}{W_0} = \frac{mgh}{P_0 \cdot t} = \frac{300 \cdot 10 \cdot 14}{3000 \cdot 20} = \frac{14}{20} = 0{,}7 = 70\,\%$$

Účinnost výtahu je 70 %.

Př.: Spočtěte účinnost nakloněné roviny délky 3 metry a výšky 1 metr, je-li součinitel smykového tření 0,1.

$h = 1\,m$
$l = 3\,m$
$f = 0{,}1$



tření $F_T = f\cdot F_2 = f\cdot G\cdot\cos\alpha$

složka síly $F_1 = G\cdot\sin\alpha$

(F_2 je tlaková složka síly)

$G = m\cdot g$

výsledná síla F působí proti složce F_1 a proti třecí síle.

$F = F_1 + F_T$

$$\eta = \frac{W}{W_0} = \frac{G\cdot h}{F\cdot l} = \frac{G\cdot h}{(F_1+F_T)\cdot l} = \frac{G\cdot h}{(G\cdot\sin\alpha + f\cdot G\cdot\cos\alpha)\cdot l} =$$

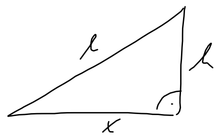
$$= \frac{\cancel{G}\cdot h}{\cancel{G}\cdot(\sin\alpha + f\cdot\cos\alpha)\cdot l} = \frac{h}{(\sin\alpha+f\cdot\cos\alpha)\,l} =$$

$$= \frac{h}{\left(\frac{h}{l} + f\cdot\frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}\right)\cdot l} = \frac{h}{h+f\cdot\sqrt{l^2-h^2}} = \frac{1}{1+0{,}1\cdot\sqrt{9-1}} = \frac{1}{1+0{,}1\cdot\sqrt{8}} \doteq 0{,}7795$$

$$\eta \doteq 78\,\%$$

$$\sin\alpha = \frac{h}{l}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{l} = \frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l}$$



$x = \sqrt{l^2-h^2}$

účinnost nakloněné roviny je přibližně 78 %.

Př.: Spočtěte účinnost automobilu (o výkonu 48 kW), je-li spotřeba při max. rychlosti 155 km/h 11 l/100 km a výhřevnost benzínu je 43 MJ/kg. (hustota benzínu je 750 kg/m^3)

$v = 155\ \mathrm{km/h} = 43{,}0\overline{5}\ \mathrm{m/s}$

$P = 48\ \mathrm{kW} = 4{,}8 \cdot 10^4\ \mathrm{W}$

$H = 43\ \mathrm{MJ/kg} = 4{,}3 \cdot 10^7\ \mathrm{J/kg}$

$\rho = 750\ \mathrm{kg/m^3}$

$sp = 11\ \mathrm{l}/100\ \mathrm{km} = 0{,}011\ \mathrm{m^3}/100\ \mathrm{km}$

m ... hmotnost benzínu spotřebovaného za 1 s.

m_{100} ... — " — na 100 km

$m_{100} = sp \cdot \rho$

100 km urazí za čas $t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{100\,000}{v}$

$m = \dfrac{m_{100}}{t} = \dfrac{sp \cdot \rho \cdot v}{100\,000}$

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{Q_0} = \frac{P}{m \cdot H} = \frac{P \cdot 100\,000}{sp \cdot \rho \cdot v \cdot H} = \frac{4{,}8 \cdot 10^4 \cdot 10^5}{0{,}011 \cdot 750 \cdot 43{,}0\overline{5} \cdot 4{,}3 \cdot 1}$$

Q_0 ... teplo, které se hořením uvolní za 1 s

$\eta \doteq 0{,}00314 \cdot 10^2 = 0{,}314 \doteq 31\,\%$

Účinnost popisovaného automobilu je (při maximálním výkonu) asi 31 %.

(tabulkové hodnoty pro sací motor uvádí účinnost kolem 25 %, pro přeplňované motory - turbo - 35 %)

(V zadání jsou použity hodnoty podle TOYOTA YARIS 2004.)

Statická silová pole

Gravitační pole

(Intenzita grav. pole)

gravitační a tíhové zrychlení

$g \doteq 10\, m/s^2$ ... tíhové zrychlení

$F_G = m \cdot g$ ... tíhová síla

$F_g = \varkappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ gravitační síla

$F = m \cdot a$ ... podle pohyb. zákona

$m_1 = M$ ... hmotnost Země

$m_2 = m$ ... hmotnost tělesa

$r = R$ ... poloměr Země

$F_g = \varkappa \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$

$F_g = \varkappa \cdot \frac{M}{R^2} \cdot m$

$F_g = m \cdot \varkappa \frac{M}{R^2}$

má význam zrychlení

$a_g = \varkappa \frac{M}{r^2}$ gravitační zrychlení

$= \varkappa \frac{M}{R^2}$ ... na povrchu Země