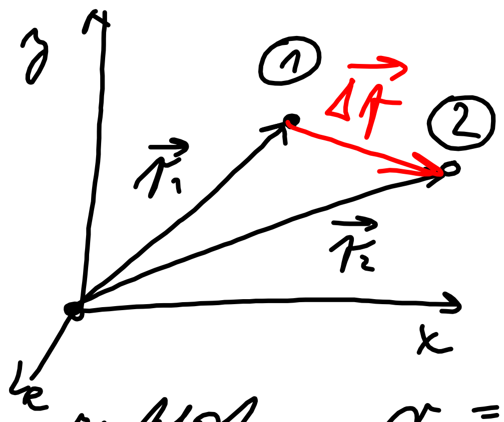
Opakování

polohový vektor, změna poloh. vekt.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$



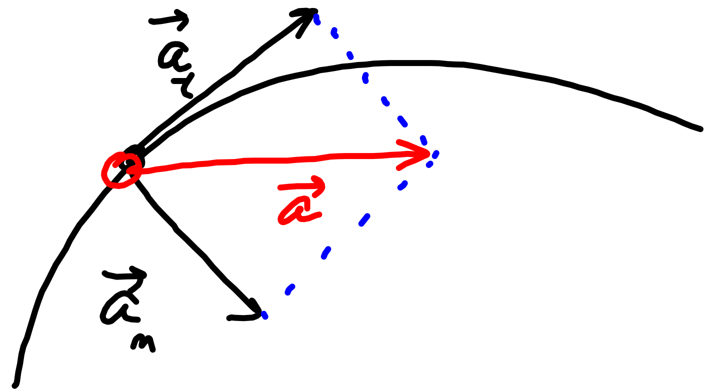
rychlost $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ $\vec{v} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Zrychlení

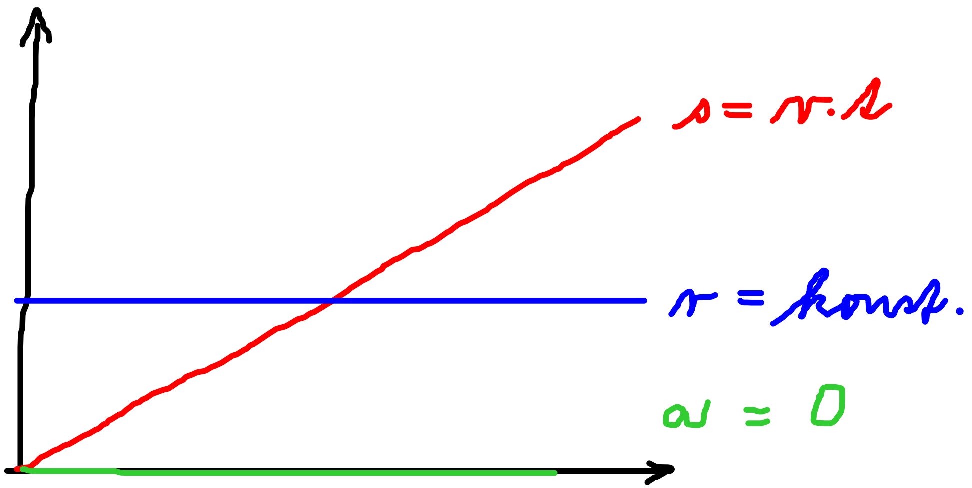
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad ; \quad \vec{a} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$$

(jedn. m/s^2)

Zrychlení křivočarého pohybu

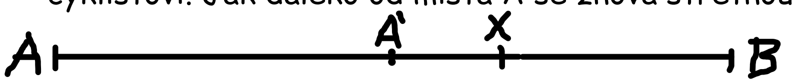


Závislost dráhy, rychlosti a zrychlení rovnoměrného pohybu na čase:

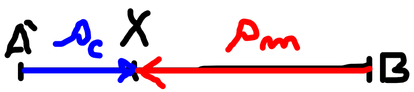


Příklady ...

Z místa A vyjede cyklista rychlostí 10 km/h do místa B vzdáleného 10 km. Současně (z A) stejným směrem vyletí moucha rychlostí 20 km/h. Když moucha doletí do místa B, otočí se a letí zpět k cyklistovi. Jak daleko od místa A se znova střetnou?



- 1) moucha doletí do B za 0,5 hodiny a cyklista zatím urazí 5 km (|AA'| = 5km)
- 2) cyklista a moucha se pohybují proti sobě ze vzdálenosti 5 km - v jaké vzdálenosti (od A' a za jak dlouho) se střetnou?



$$s_c + s_m = |A'B|$$
$$10\cdot t + 20t = 5$$
$$30t = 5$$
$$t = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}\ h$$

$$s_c = 10t = 10\cdot\frac{1}{6} = \frac{5}{3}\ km = 1,\overline{6}\ km$$
$$|AX| = |AA'| + |A'X| = 5 + 1,\overline{6} = 6,\overline{6}\ km$$

Cyklista s mouchou se znova střetnou $6,\overline{6}$ km od místa A.

Př: Spočítejte zrychlení automobilu, který zrychlí z 50 km/h na 90 km/h za 10 s.

$$v_1 = 50 km/h = 13{,}8 m/s$$

$$v_2 = 90 km/h = 25 m/s$$

$$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{11{,}2}{10} = 1{,}12 m/s^2$$

Za jak dlouho (po dosažení rychl. 90 km/h se stejným zrychlením) dosáhne 150 km/h?

$$a = \frac{\Delta v}{t}$$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

$V_1 = 90 km/h = 25 m/s$

$V_2 = 150 km/h$

$t = ?$

Za jak dlouho (po dosažení rychl. 90 km/h se stejným zrychlením) dosáhne 150 km/h?

$v_1 = 90\,km/h = 25\,m/s$

$v_2 = 150\,km/h = 41{,}\overline{6}\,m/s$

$t = ?$

$a = 1{,}12\,m/s^2$

$$a = \frac{\Delta v}{t}$$

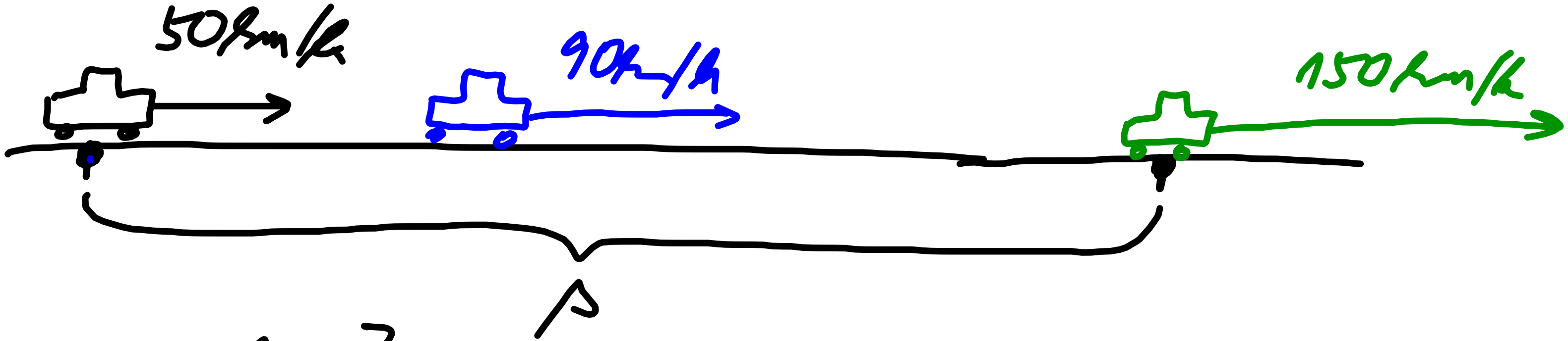
$$a = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

$$1{,}12 = \frac{41{,}6 - 25}{t}$$

$$1{,}12 \doteq \frac{16{,}6}{t} \quad / \cdot \frac{t}{1{,}12}$$

$$t \doteq \frac{16{,}6}{1{,}12} = 14{,}8\ s$$

Jakou dráhu automobil (během celého pohybu) urazí?



$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0 \qquad s_0 = 0$$

$$v_0 = 50\,km/h = 13{,}8\,m/s$$

$$a = 1{,}12\,m/s^2$$

$$t \doteq 10 + 14{,}88\,s =$$

$$s = \frac{1}{2}\,1{,}12 \cdot 24{,}88^2 + 13{,}8 \cdot 24{,}88 \doteq 670\,m$$

$$\doteq 687{,}78\,m$$

DÚ - opak - grafické závislosti

<u>Volný pád</u> – rovnoměrně zrychlený pohyb, zanedbáme-li odpor vzduchu*, pohybují se všechna tělesa (v tíhovém poli Země) se stejným zrychlením: g ... tíhové zrychlení

* – ve vakuu

$g \doteq 10\,m/s^2$

$g = 9{,}81\,m/s^2$ ... normální tíhové zrychlení př: Jakou dráhu urazí těleso volným pádem za 2 s?

$s = ?$ $(a = g \doteq 10\,m/s^2)$

$t = 2\,s$

$s = \frac{1}{2} g t^2 \doteq \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = \underline{20\,m}$

Jakou rychlost těleso dosáhlo?

$v = g \cdot t \doteq 10 \cdot 2 = 20\,m/s$

Z jaké výšky musí spadnout automobil, aby dosáhl rychlosti 50 km/h?

1) $t = ?$

2) $s = ?$

$s = ?$

$v = 50\,km/h = 13{,}\overline{8}\,m/s$

$a = g = 9{,}81\,m/s^2$

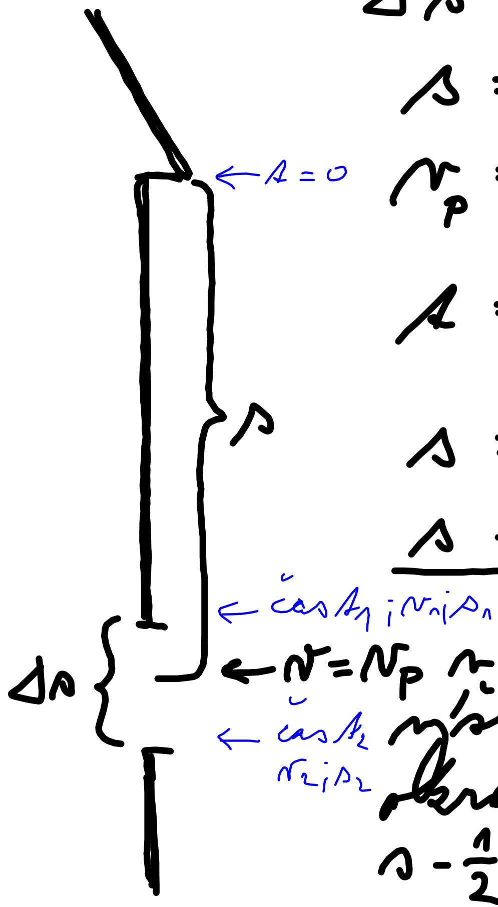
$s = \frac{1}{2} g t^2$

$v = g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v}{g} = \frac{13{,}\overline{8}}{9{,}81} \doteq 1{,}41579\,s$

$s \doteq \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}41579^2 \doteq \underline{\underline{9{,}83\,m}}$

Aby automobil získal volným pádem rychlost 50 km/h, musel by padat z výšky přibližně 9,83 m.

Př.: Jak vysoko (nad horním okrajem okna) je střecha, jestliže rampouch, který z jejího okraje padá volným pádem, proletí kolem dvoumetrového okna za desetinu sekundy?



$\Delta t = 0{,}1\,s$

$\Delta s = 2\,m$

$s = ?$

$v_p = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = 20\,m/s$

$t = \dfrac{v}{g} \doteq \dfrac{20}{10} = 2\,s$

$s = \frac{1}{2} g t^2 \doteq \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2$

$s \doteq 20\,m$

← $v = v_p$ v čase t

výška nad horním okrajem okna:

$s - \frac{1}{2}\Delta s \doteq 20 - 1 = \underline{19\,m}$

$v_1 = g \cdot t_1 \qquad s_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$

$v_2 = g \cdot t_2 \qquad s_2 = \frac{1}{2} g t_2^2$

$t_2 - t_1 = \Delta t \qquad \Delta s = s_2 - s_1$

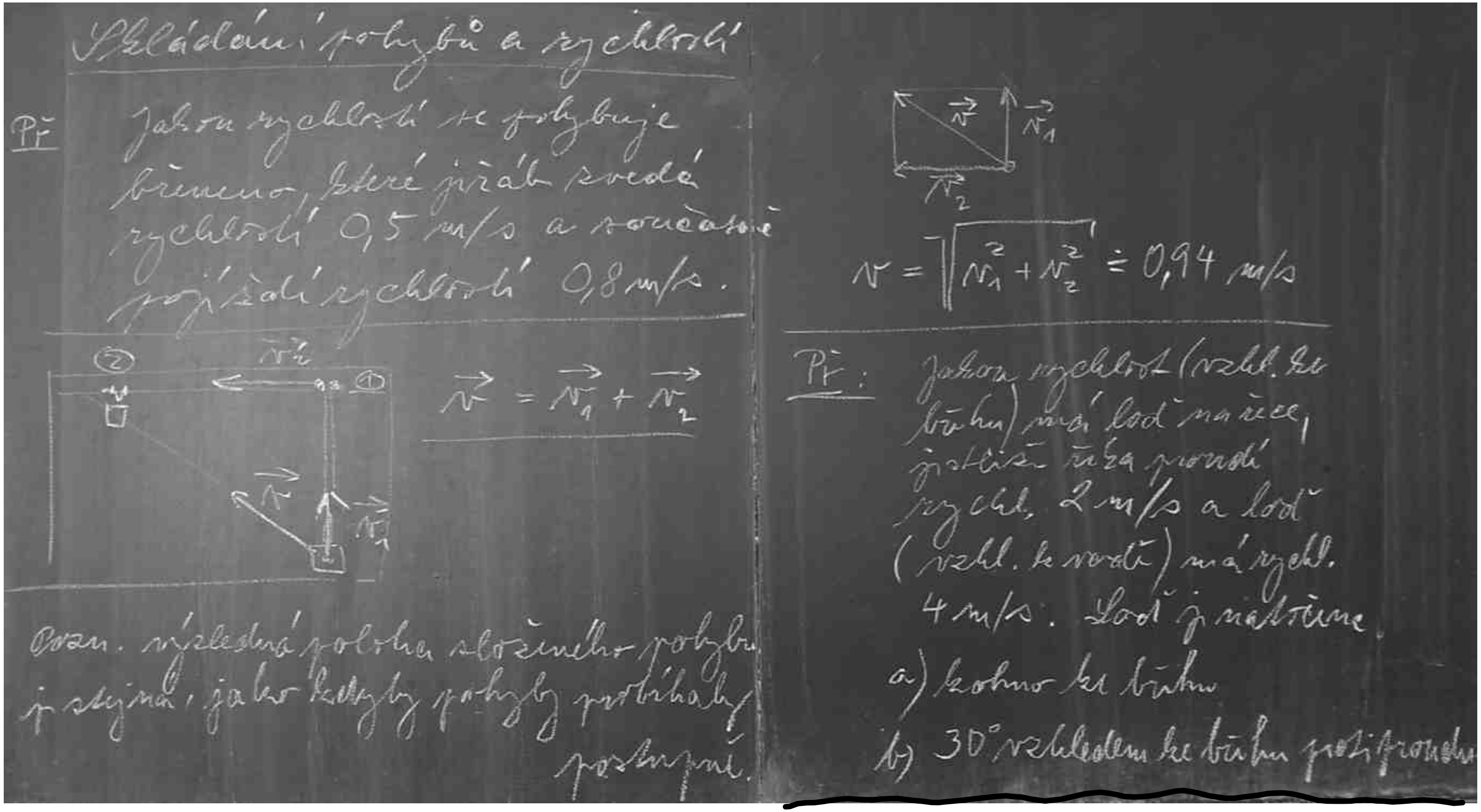
6 rovnic o 6 neznámých

$\Downarrow$

řešením soustavy rovnic zjistíme s_1.

⋮

Střecha je přibližně 19 m nad horním okrajem okna.
(19,38 m pro $g = 9{,}81\,m/s^2$)

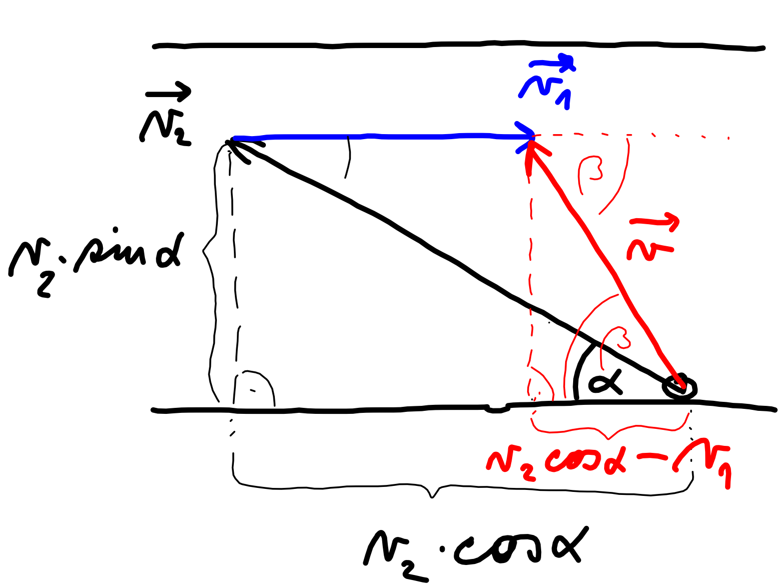


$v = ?$

$v_1 = 2$ m/s

$v_2 = 4$ m/s

$\alpha = 30°$



$v = ?$ $(\vec{v} = ?)$
$v_1 = 2\,m/s$
$v_2 = 4\,m/s$
$\alpha = 30°$

$$v = \sqrt{(v_2 \sin\alpha)^2 + (v_2 \cos\alpha - v_1)^2} = \sqrt{(4 \cdot \sin 30°)^2 + (4 \cdot \cos 30° - 2)^2} \doteq$$

$$\doteq \sqrt{4 + 1{,}464^2} \doteq \sqrt{6{,}14} \doteq 2{,}4786 \doteq \underline{2{,}48\,m/s}$$

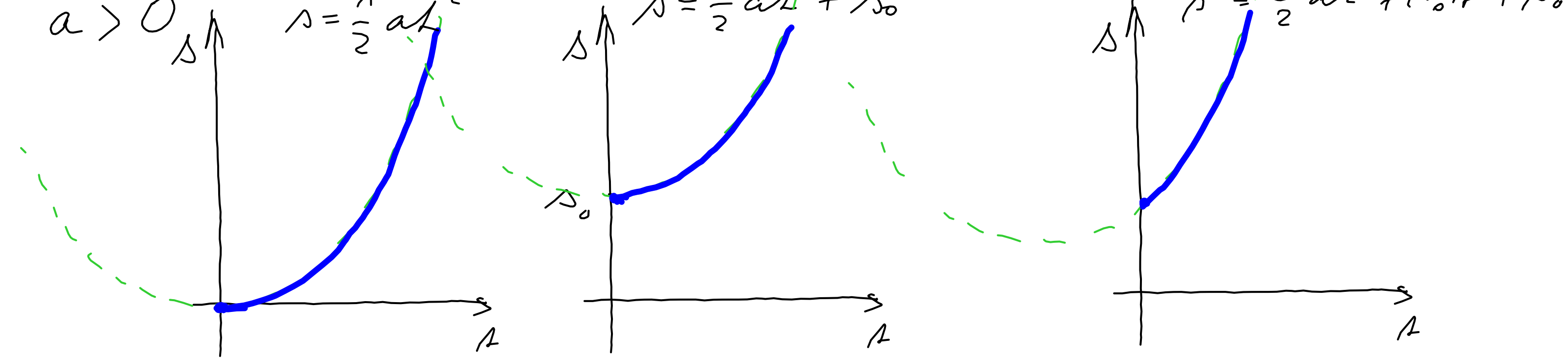
$$\sin\beta \doteq 0{,}807 \Rightarrow \beta \doteq 53°\,45'$$

– příště – prověrka – kinematika – rovnom.
+ rovnom. zrychl. pohyb.

posun. graf závisl. dráhy rovnom. zrychl. pohybu na čase

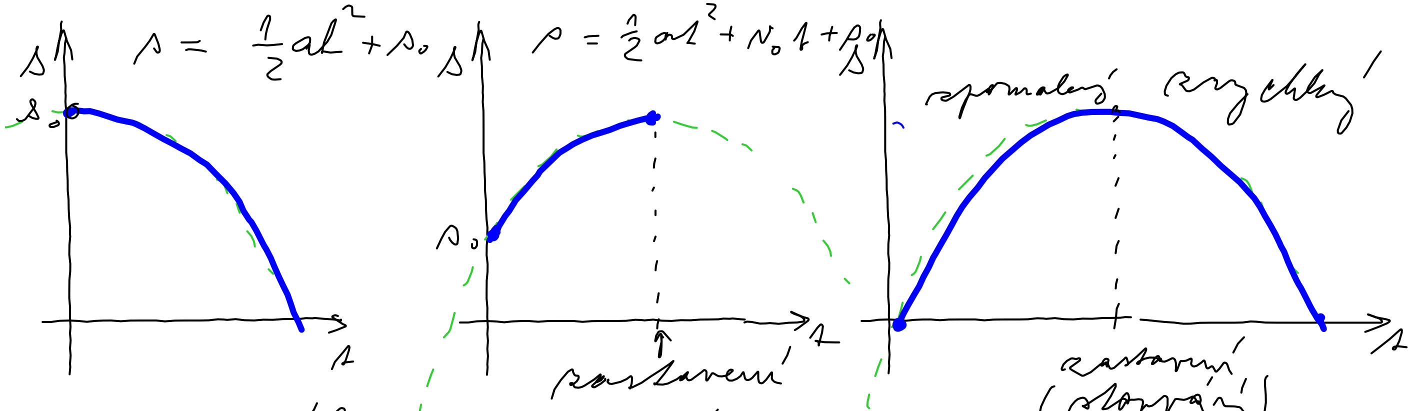
$a > 0$

$s = \frac{1}{2}at^2$ $\qquad$ $s = \frac{1}{2}at^2 + s_0$ $\qquad$ $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$



$a < 0$

$s = \frac{1}{2}at^2 + s_0$ $\qquad$ $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$

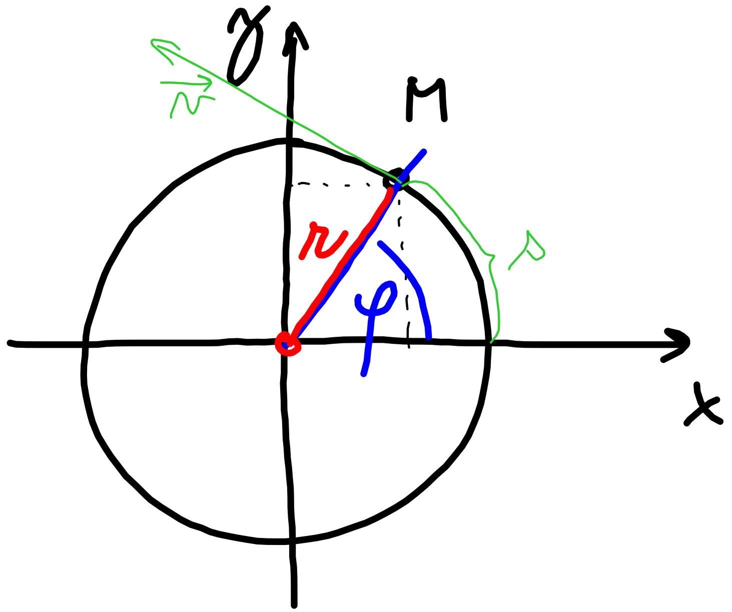


s ... vzdálenost od počátku

$s = 0$

Rovnoměrný pohyb po kružnici

(videoukázka)



pozn. s časem se nerovnoměrně mění hodnoty souřadnic x, y.

Zavádíme úhlové veličiny

úhlová dráha φ

úhlová rychlost $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

perioda T jedn. s

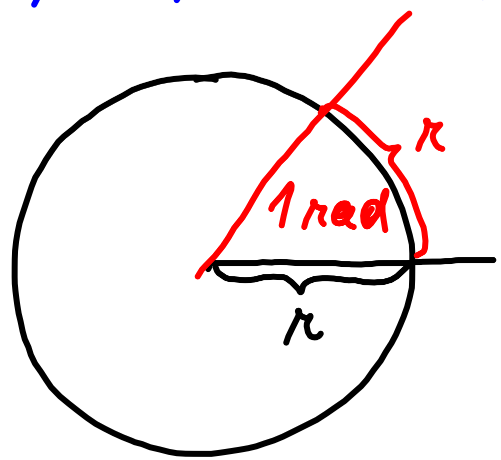
frekvence $f = \frac{1}{T}$ -''- Hz

$\varphi \qquad s = \varphi \cdot r$ … v případě, že úhlovou dráhu (úhel φ) měříme v radiánech

$\omega \qquad v = \omega \cdot r$

1 radián 1 rad – je úhel, který na jednotkové kružnici vytne oblouk jednotkové délky

(– na kružnici vytne oblouk délky jejího poloměru)



(jednotku rad ... nemusíme uvádět)

např.: $\underline{\alpha = 25}$ (25 radiánů)

25° ... musíme jednotku zapsat

$\underline{\alpha = 25^\circ}$

$360^\circ = 2\pi$ rad

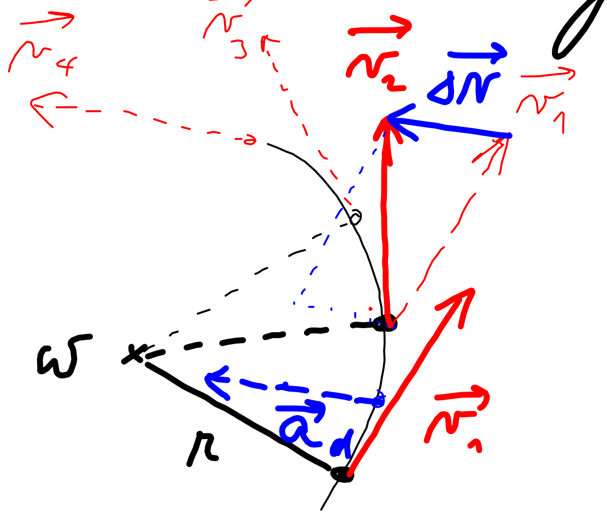
$360^\circ = 2\pi$

$180^\circ = \pi$ rad

1 rad $= 180^\circ : \pi \doteq 57{,}3^\circ$

Dostředivé zrychlení

http://www.youtube.com/watch?v=yLqLU3Qu_oY

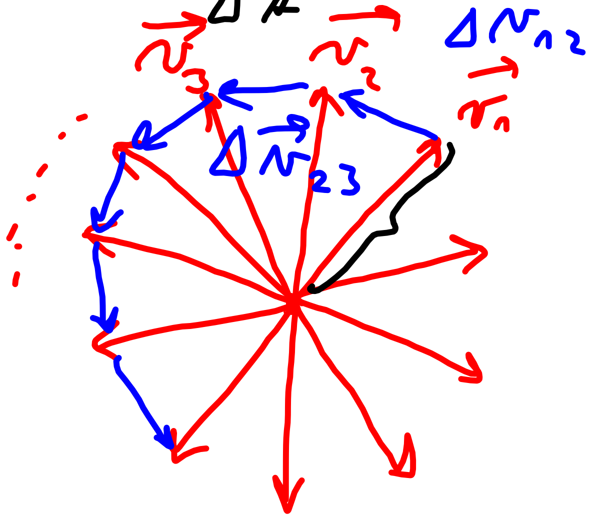


$|\vec{v}| = v$ ... stálá

$\vec{\Delta v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ | $\vec{\Delta v} + \vec{v}_1 = \vec{v}_2$

$\vec{a}_d$ ... dostředivé zrychlení (směřuje do středu otáčení)

$$\vec{a} = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$$



velikost zrychlení ... ?

celková velikost změny rychlosti během 1 otáčky:

$\Delta v_1 + \Delta v_2 + \ldots. = 2\pi \cdot v$

doba trvání změny ... perioda

$$a = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2 + \ldots.}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \ldots} = \frac{2\pi \cdot v}{T}$$

$$a_d = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f = v \cdot \omega = r \cdot \omega \cdot \omega = r \cdot \omega^2 =$$
$$= v \cdot \frac{v}{r} = \frac{v^2}{r}$$

$$a_d = r \cdot \omega^2$$
$$a_d = \frac{v^2}{r} \qquad (a_d = v \cdot \omega)$$

Př: Spočítejte dostředivé zrychlení rovnoměrného pohybu hmotného bodu po kružnici o poloměru 0,5 m

a) rychlostí $v = 5\,m/s$

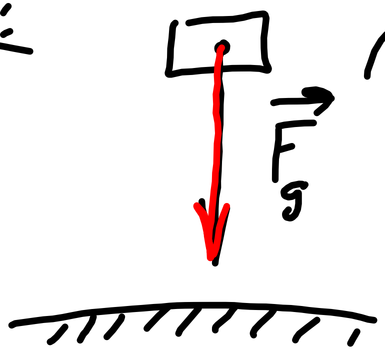
b) úhlovou rychlostí $3\,s^{-1}$ (3 rad/s)

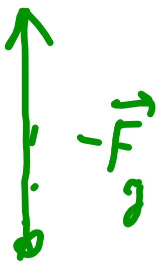
a) $r = 0{,}5\,m$ $\quad a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{25}{0{,}5} = 50\,m/s^2$
$v = 5\,m/s$

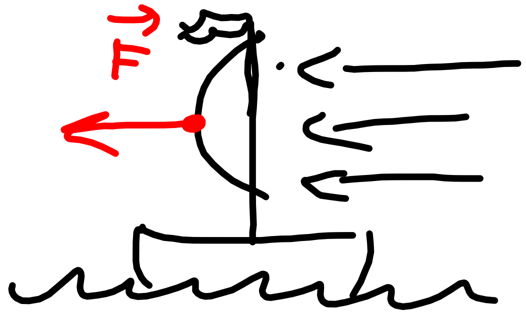
b) $r = 0{,}5\,m$ $\quad a_d = r \cdot \omega^2 = 0{,}5 \cdot 3^2 = 0{,}5 \cdot 9 = 4{,}5\,m/s^2.$
$\omega = 3\,s^{-1}$

Dynamika – zabývá se příčinami pohybu

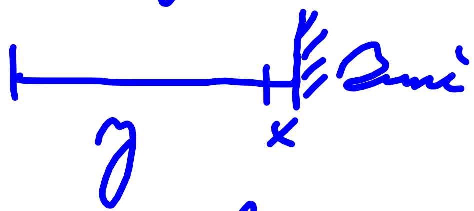
Př: volný pád





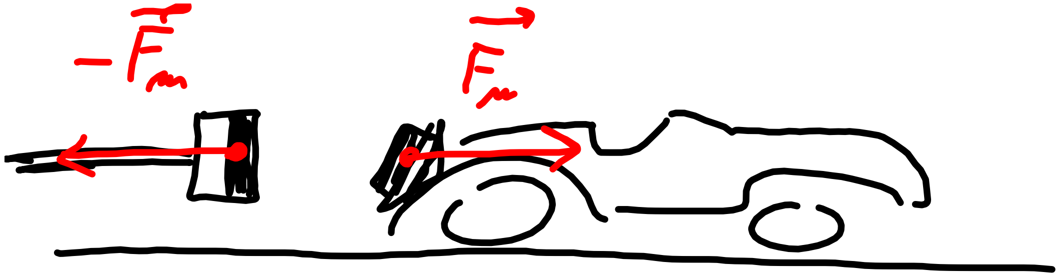


$x : y = m : M_Z$



$x + y = 1\,m$

$y \doteq 1\,m$ $\quad x = ?$



Působení těles je vždy vzájemné

- tělesa interagují!

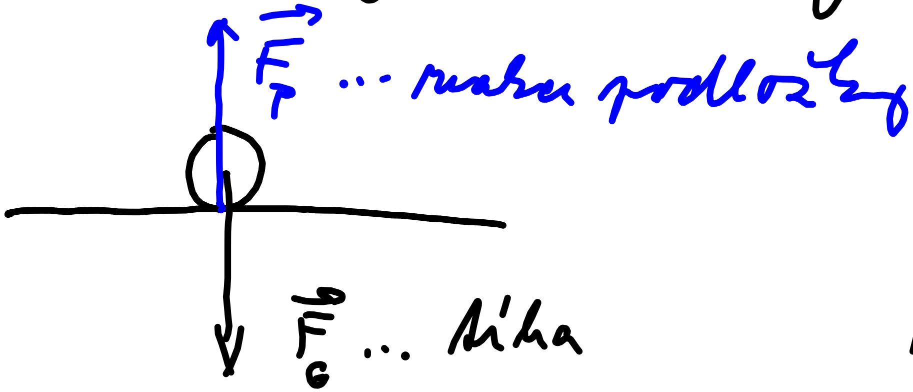
Příčinu pohybu můžeme popsat interakčním vektorem - nazveme jej **síla**

- **síla je interakční vektor**

Izolované těleso – takové, které nevstupují do žádné interakce

Izolovaný hmotný bod

model takového tělesa – těleso, na které působí síly, jejichž výslednice je nulová

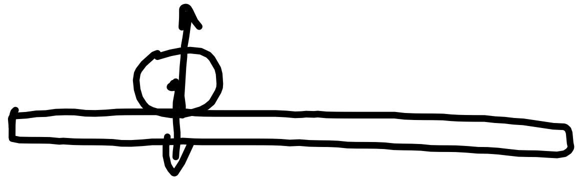


$$\vec{F}_p = -\vec{F}_G$$

$$\vec{F}_p + \vec{F}_G = \vec{0}$$

Inerciální vztažná soustava – taková, v níž izolované těleso setrvává v klidu, nebo pohybu rovnoměrném přímočarém.

pokus



$$\vec{F}_G + \vec{F}_p = \vec{0}$$

Hybnost

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

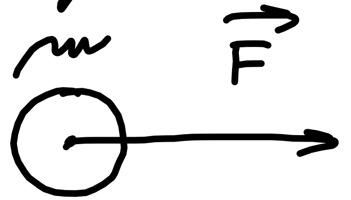
opak. síla působící na těleso může:
- zvýšit rychlost, snížit rychlost, změnit směr (pro pevné těleso)

Pohybové zákony (pro inerciální vztažné soustavy)

1. Zákon setrvačnosti

2. Zákon síly

působení síly na těleso způsobí změnu hybnosti $\Delta \vec{p}$



síla F působí na těleso o hmotnosti m po dobu Δt

$$\left.\begin{array}{l} \Delta \vec{p} \sim \vec{F} \\ \Delta p \sim \Delta t \end{array}\right\} \quad \Delta \vec{p} = k \cdot \vec{F} \cdot \Delta t$$

(zvoleno tak, aby $k = 1$)

$$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}}$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m \cdot \vec{v})}{\Delta t} = \frac{m \cdot \Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \vec{a}$$

$$\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

$$\boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}}$$

... „síla $\vec{F}$ působící na těleso s hmotností m uděluje zrychlení $\vec{a}$ takové, že platí: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$"

D.ú. úlohy z učebnice do str. 78

pozn. brzdící automobil s poč. rychlostí v_0

$$\underline{v = v_0 + at}$$

($\underline{\underline{a < 0}}$ ... zpomalení

např. $v = 10 - 2t$

$a = -2\ m/s^2$)

$$\underline{s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2}$$

$s_0 = 0$

$a < 0$ ... zpomalení

pozn.:

$$F = m \cdot a$$

$$F = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad / \cdot \Delta t$$

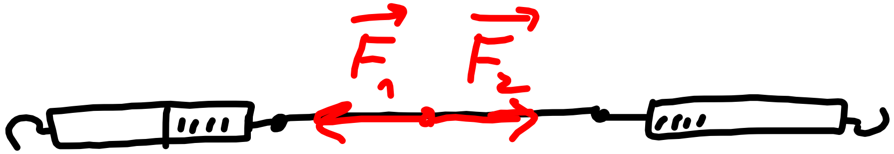
$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \qquad (F \cdot \Delta t = \Delta p)$$

síla

doba působení síly

$F \cdot \Delta t$ ... impuls síly

3. pohybový zákon (zákon vzáj. působení
zákon akce a reakce)



$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

dú - dokončit úlohy z minulé hodiny

Př. „Výpočet brzdné dráhy automobilu"

Zák. zach. hybnosti – pokrač.

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \vec{0}$$

celková hybnost izolované soustavy se nemění

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \vec{P} = \text{konst.}$$

1) před m_1 $\vec{v}_1$ $\vec{v}_2$ m_2

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = \vec{P}$$

2) po $\vec{v}_1'$ $\vec{v}_2'$

$$m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' = \vec{P}$$

zvolím: (kladný směr)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$v_1' = v_2' = v \quad \ldots \text{ nepružná srážka}$$

Př:

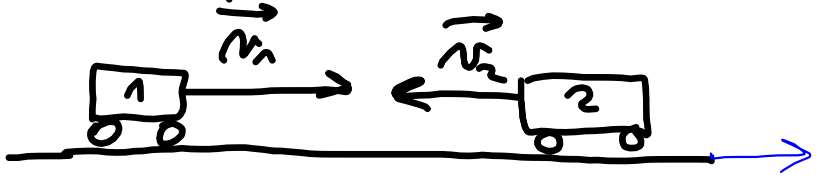
$v_1 = 4\,m/s$

$v_2 = -3\,m/s$

$m_1 = 2\,kg$

$m_2 = 5\,kg$

$v = ?$



$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\cdot v$$

$$2\cdot 4 + 5\cdot(-3) = 7\cdot v$$

$$8 - 15 = 7v$$

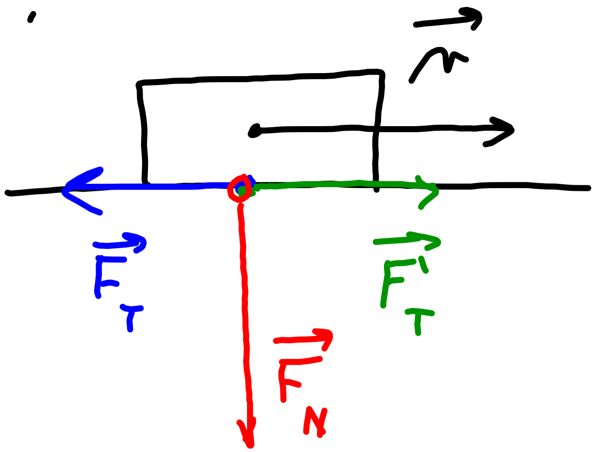
$$-7 = 7v$$

$$v = -1\,m/s$$

Po srážce se budou vozíky pohybovat společnou rychlostí 1 m/s (ve směru původní rychlosti hmotnějšího vozíku).

Tření

⋮



F_T ...

F'_T ...

F_N ... tlaková síla, působící kolmo na podložku (normálová)

f ... součinitel smykového tření

$$F_T = f \cdot F_N$$

např.: ... $f = ?$ $F_N = 1{,}5\,N$

a) $F_T = 0{,}4\,N$

b) $0{,}35\,N$

c) $0{,}8\,N$

Pr

m
$v = ?$ $(v_2 = 0;\ v_1 = ?)$
$s = 20\,m$

a) $f = 0{,}55\ (0{,}3;\ 0{,}1)$

$\left(s = \frac{1}{2} a t^2\right)$

- $F = f \cdot m \cdot g$
  $F = 0{,}55 \cdot 1000 \cdot 10$
  $F = 5500\,N$
- $a = \frac{F}{m}$
  $a = \frac{5500}{1000}$
  $a = 5{,}5\ m/s^2$

$v_2 = v_1 - a \cdot t$

$t = \frac{v_1 - v_2}{a}$

- $s = v_1 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$

$s = v_1 \cdot \frac{v_1 - v_2}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \left(\frac{v_1 - v_2}{a}\right)^2$

$s = v_1 \cdot \frac{v_1 - v_2}{a} - \frac{1}{2} a \cdot \frac{v_1^2 - v_2^2}{a^2}$

$s = \frac{v_1^2}{a} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{a} = \frac{v_1^2}{a}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{v_1^2}{a} \cdot \frac{1}{2}$

$s = \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{a}$

$20 = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_1^2}{5{,}5}$

$40 = \frac{v_1^2}{5{,}5}$

$v_1^2 = 40 \cdot 5{,}5 = 220$

$v_1 = \sqrt{220}$

$v_1 = 14{,}8\ m/s = 53{,}4\ km/h$

b) $v = 39{,}6\ km/h$

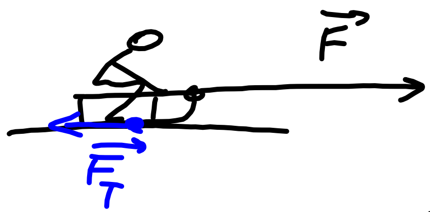
c) $v = 22{,}68\ km/h$

Př $a = ?$

$F = 20\,N$ (napětí provazu)

$m = 30\,kg$

$f = 0{,}1$



F' ... výsledná síla

$F' = F - F_T$

$F' = m \cdot a$

$$a = \frac{F'}{m} = \frac{F - F_T}{m} = \frac{F - f \cdot mg}{m} = \ldots \frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}\ m/s$$

$$\frac{20 - 0{,}1 \cdot 30 \cdot 10}{30} = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

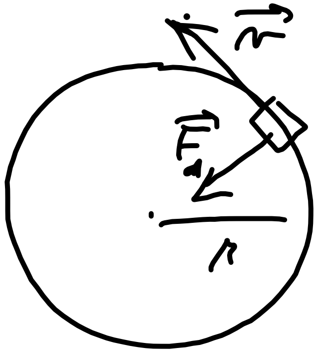
Sáně se nerozjedou; $a = 0\,m/s^2$.

příští prověrka

pohyb. zák., zák. zach. hybnosti, tření.

Spočtěte maximální rychlost automobilu při průjezdu kruhovým objezdem v Hrabůvce. (návod: dostředivou silou je třecí síla mezi vozovkou a pneumatikou: f = 0,15 při náledí, f = 0,5 na suché vozovce; (poloměr určete pomocí internetu, nebo použijte r = 50 m)

Třecí síla je dostředivou silou



$$F_T = F_d \qquad f = 0{,}15$$

$$f \cdot F_N = m \cdot a_d \qquad g = 9{,}81\,m/s^2$$

$$f \cdot \cancel{m} \cdot g = \cancel{m}\,\frac{v^2}{r} \qquad r = 50\,m$$

$$f \cdot g = \frac{v^2}{r}$$

$$v = \sqrt{f g r} = \sqrt{0{,}15 \cdot 9{,}81 \cdot 50} = 8{,}66\,m/s$$

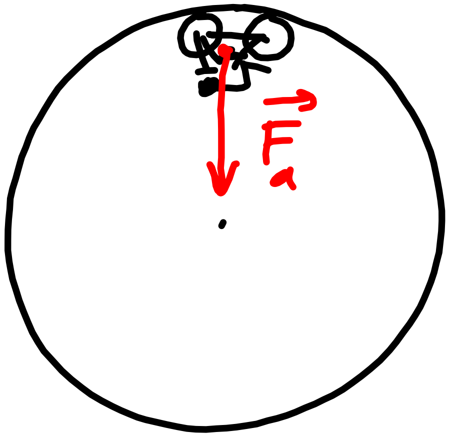
$$v \doteq 31\,km/h$$

Př.: Jaká síla (dostředivá) působí na kámen ve vzorku pneumatiky o poloměru 30 cm při rychlosti 90 km/h?

PŘ:

$v = ?$

$r = 6\,m$



$F_d \geq F_G$ (- nulová tlaková síla mezi pneumatikami a dráhou)

$\cancel{m} \cdot a_d = \cancel{m} \cdot g$

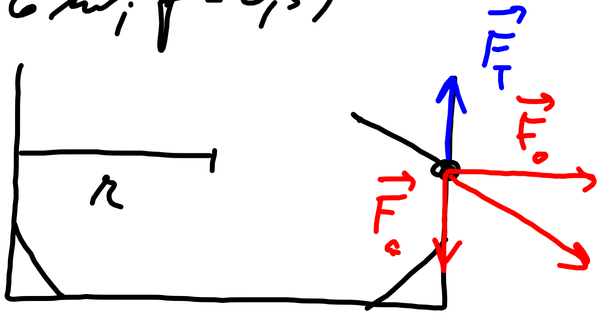
$\frac{v^2}{r} = g$

$v = \sqrt{r \cdot g} \doteq \sqrt{60} \doteq 7{,}75\,m/s \doteq$

$= 28\,km/h$

pozn.

$(r = 6\,m;\ f = 0{,}5)$



$F_T = F_G$

$F_T = f \cdot F_N \qquad F_N = F_o$

$v = ?$

$F_T = F_G$

$f \cdot \cancel{m} \cdot a_o = \cancel{m} \cdot g$

$f \cdot \frac{v^2}{r} = g$

$v = \sqrt{\frac{r \cdot g}{f}} \quad \left(\doteq \sqrt{\frac{60}{0{,}5}} = \sqrt{120} = 10{,}95\,m/s \doteq 39\,km/h \right.$

Mechanická práce

- je fyzikální veličina
  ozn. W ; jednotka 1 J (joule)

Př: na vozíček o hmotnosti m působí stálá síla F.

a) Jakou práci síla vykoná, když působí po dráze s?

$F = 0{,}8\,N$ $\quad W = F \cdot s = 0{,}8 \cdot 1{,}5 = \underline{1{,}2\,J}$

$m = 0{,}5\,kg$

$s = 1{,}5\,m$

b) Jakou práci síla vykoná, jestliže vozík urychlí z nulové rychlosti na rychlost v.
($m = 0{,}5\,kg$, $F = 0{,}8\,N$, $v = 5\,m/s$)

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \cdot \frac{v}{t} \cdot s = m \cdot \frac{v}{\cancel{t}} \cdot v_p \cdot \cancel{t} =$$

$$= m \cdot v \cdot \frac{1}{2} v = \underline{\frac{1}{2} m v^2}$$

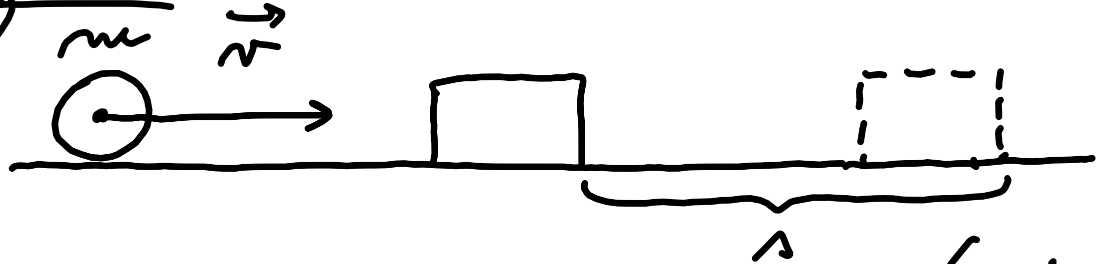
pozn. dráha nerovnoměrného pohybu $s = v_p \cdot t$

$$v_p = \frac{1}{2} v$$

$$W = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 5^2 = \underline{6{,}25\,J}$$

Energie

Př.:



Pohybující se váleček posune (než se zastaví) kvádr po dráze s a přitom působí proti třecí síle. Má schopnost konat práci

– má energii

Energie je fyzikální veličina, popisuje schopnost konat práci.

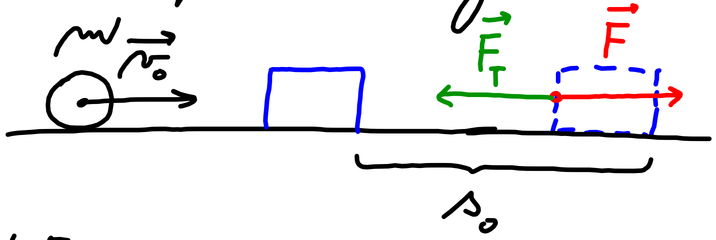
ozn. E, jedn. J

Spočítejte práci, kterou vykoná váleček o hmotnosti m s počáteční rychlostí v, jestliže se zastaví třecí silou. (rovnom. zpomaleným pohybem)

$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot$

$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$ ($a < 0$ v_0 ... poč. rychl. válečku)

Př: Jakou práci vykoná váleček o hmotnosti m a počáteční rychlosti v_0 proti třecím silám?



F ... koná práci

F_T ... působí na váleček

$\vec{F}_T = -\vec{F}$ $\quad \boxed{\vec{F} = -\vec{F}_T}$

$W = F \cdot s$

$F_T = m \cdot a$

$s = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$

$v = a \cdot t + v_0$ (výsledná rychlost v čase t je nulová)

$0 = a \cdot t + v_0$

$a \cdot t = -v_0$

$a = -\frac{v_0}{t}$

oprava chyby

$$W = F \cdot s = -F_T \cdot \left(\frac{1}{2} a t^2 + v_0 t\right) = -m \cdot a \left(\frac{1}{2} a t^2 + v_0 t\right) =$$

$$= -m \cdot \frac{1}{2} a^2 t^2 - m \cdot a \cdot v_0 t = -\frac{1}{2} \cdot m (a \cdot t)^2 - m \cdot \left(-\frac{v_0}{t}\right) \cdot v_0 \cdot t =$$

$$= -\frac{1}{2} m (-v_0)^2 + m \cdot v_0^2 = -\frac{1}{2} m v_0^2 + m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$$

Váleček vykoná během zastavení ~~práci~~ $W = \frac{1}{2} m v_0^2$.

(přitom jsme zanedbali rotaci a hmotnost kvádru.)

ú 5/108 a)

$v_1 = 20\,m \cdot s^{-1}$

$v_2 = 10\,m \cdot s^{-1}$

$m = 1000\,kg$

$W = ?$

$$\boxed{W = E_{k_1} - E_{k_2}}$$

$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$W = \frac{1}{2} 1000 \cdot 20^2 - \frac{1}{2} 1000 \cdot 10^2$

$W = 200000 - 50000$

$W = 150000\,J = \underline{\underline{150\,kJ}}$

b) $v_1 = 30\,m/s$

$v_2 = 20\,m/s$

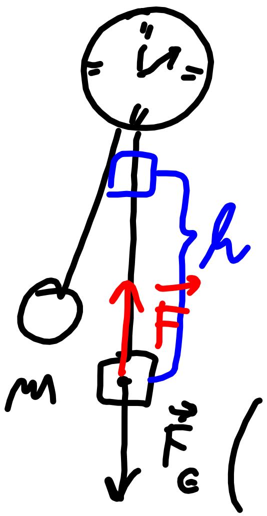
$W = E_{k1} - E_{k2}$

$W = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 30^2 - \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 20^2 =$

$W = \underline{250\,kJ}$

Polohová energie

Př: Závaží kyvadlových hodin o hmotnosti 0,5 kg zvedneme o 30 cm. Jakou vykonáme práci?



$m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$
$h = 0{,}3\ \mathrm{m}$

$W = F \cdot h = m \cdot g \cdot h \doteq 0{,}5 \cdot 10 \cdot 0{,}3 = \underline{1{,}5\ \mathrm{J}}$

Vykonáme práci 1,5 J.

Zvednuté závaží má schopnost konat na hodinovém stroji práci 1,5 J – závaží má polohovou energii $\underline{E_p = mgh}$

Př. z min. hodiny:

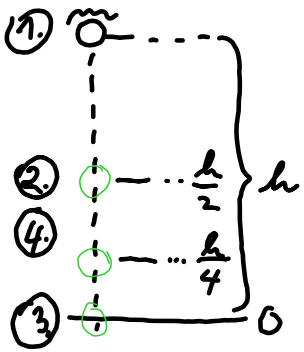
Př: Spočtěte celkovou energii tělesa o hmotnosti m, které padá volným pádem z výšky h.

① ve výšce h

② ve výšce $\frac{h}{2}$

③ ve výšce 0

④ ve výšce $\frac{1}{4}h$



$E = E_k + E_p$

① $v = 0$ $\quad E = \frac{1}{2}m\cdot 0^2 + mgh = mgh$

② $E = \frac{1}{2}m v_2^2 + mg\frac{h}{2} = mgh$

$v_2 = ?$ $\quad \frac{h}{2} = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{h}{g}}$

$v_2 = g\cdot t = g\cdot\sqrt{\frac{h}{g}}$

$E = \frac{1}{2}m\left(g\cdot\sqrt{\frac{h}{g}}\right)^2 + mg\frac{h}{2} =$

$= \underbrace{\frac{1}{2}m\cdot g^{\cancel{2}}\cdot\frac{h}{\cancel{g}}}_{\frac{1}{2}\cdot m\cdot g\cdot h} + mg\frac{h}{2} = mgh$

③ výška 0, rychlost v_3

$v_3 = ?$ $\quad h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$v_3 = gt = g\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}}$

$E = \frac{1}{2}m v_3^2 + mg\cdot 0 = \frac{1}{2}m\left(g\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^2 =$

$= \frac{1}{\cancel{2}}m\cdot g^{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}h}{\cancel{g}} = \underline{\underline{mgh}}$

(4) výška $\frac{1}{4}h$

$v_4 = ?$ $\quad \frac{3}{4}h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 3\cdot h}{4g}} = \sqrt{\frac{3h}{2g}}$

$v_4 = gt = g\cdot\sqrt{\frac{3h}{2g}}$

$E = \frac{1}{2}mv_3^2 + mg\cdot\frac{h}{4} = \frac{1}{2}m\cdot\left(g\cdot\sqrt{\frac{3h}{2g}}\right)^2 + mg\cdot\frac{h}{4} =$

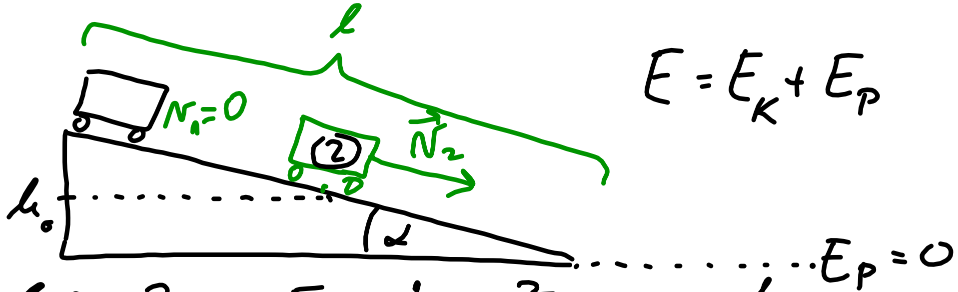
$= \frac{1}{2}mg^2\cdot\frac{3h}{2g} + mg\cdot\frac{h}{4} = mg\cdot\frac{3}{4}h + mg\frac{1}{4}h = mgh$

Součet kinetické a potenciální energie je stálý.

Obecně platí Zákon zachování mechanické energie

Př.:

$$E = E_K + E_p$$



v poloze 2 : $E = \frac{1}{2} m v_2^2 + mg \cdot \frac{h_0}{2}$

$s = \frac{l}{2}$

$$\underline{E = mgh_0}$$

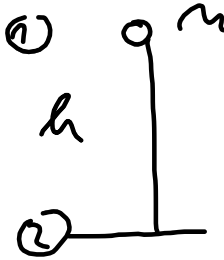
Obecně platí <u>Zákon zachování mechanické energie</u>

V izolované soustavě je celková mechanická energie konstantní.

$$(E =)\ E_K + E_p = \text{konst.}$$

<u>Př</u> Jakou rychlost získá těleso z výšky 1,5 m? (volným pádem)

$h = 1{,}5\ m$



$\dots E_p = 0$

polohová energie v max. výšce se změní v kin. energii v nulové výšce.

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2$$

$$g \cdot 1{,}5 = \frac{1}{2} v^2$$

$$v = \sqrt{2gh} \doteq \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}5} = \sqrt{30} \doteq \underline{\underline{5{,}48\ m/s}}$$

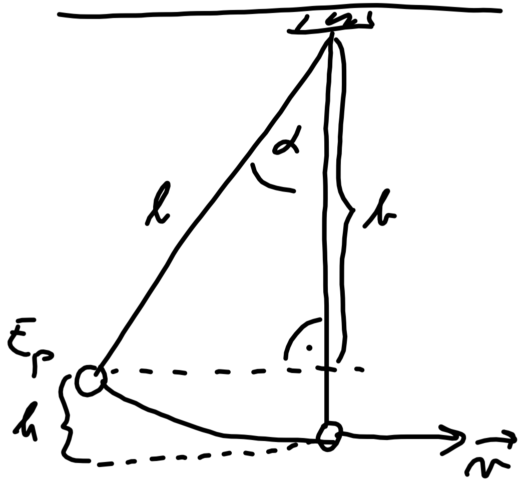
DÚ ... úlohy z učebnice

[illegible]

Př: $v = ?$

$l = 1\,m$

$\alpha = 40^\circ$



$$E_p = E_k$$

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v^2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$h = l - b = l - l\cdot\cos\alpha$$

$$v = \sqrt{2gl\cdot(1-\cos\alpha)}$$

$$v \doteq 2{,}14\,m/s\;(2{,}16\,m/s)$$

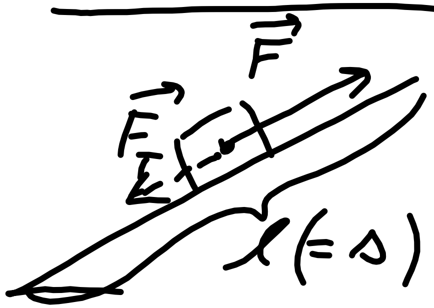
příští - opak.

PF: $\eta = ?$

$l = 5\,m$

$F_T = 20\,N$

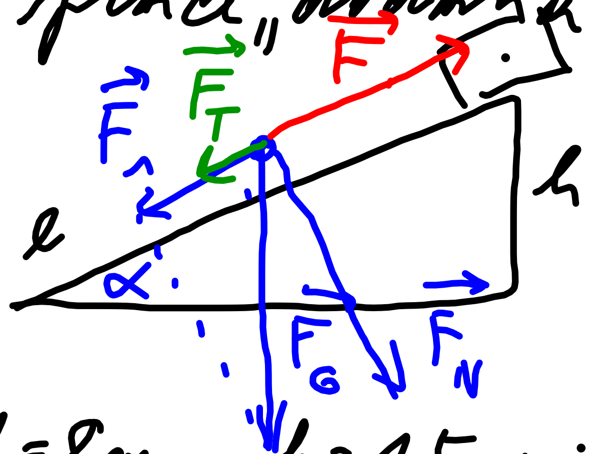
$F = 120\,N$



$$\eta = \frac{W}{W_0} = \frac{(F - F_T)\cdot \cancel{s}}{F \cdot \cancel{s}} = \frac{100}{120} = 0{,}83 \,\hat{=}\, \underline{\underline{83\%}}$$

práce „užitečná" $W = mgh$

práce „dodaná" $W_0 = F \cdot l$



$F = F_1 + F_T$

$F_1 = F_G \cdot \sin\alpha \; ; \; F_N = F_G \cdot \cos\alpha$

$F_T = f \cdot F_N$

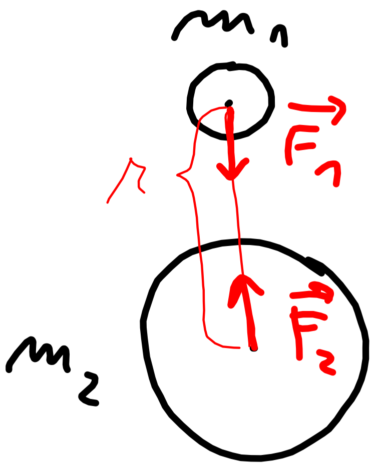
$l = 8\,m \; ; \; h = 1{,}5\,m \; ; \; f = 0{,}2 \quad m = 50\,kg$

$\alpha: \; \sin\alpha = \frac{h}{l} = \frac{1{,}5}{8} \Rightarrow \alpha \doteq 10{,}807^\circ$

Gravitační pole

– prostor, ve kterém na hmotná tělesa působí gravitační síla

Newtonův všeobecný gravitační zákon



$$F_1 = F_2 = F$$

$$F = \varkappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$\varkappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2 \cdot kg^{-2}}$$

Př: $F = ?$

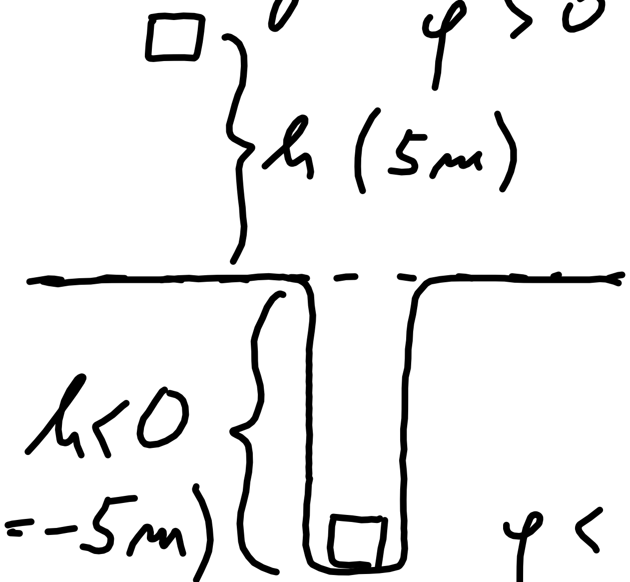
$m_1 = m_2 = 50\,kg$

$r = 0{,}75\,m$

$$F = \varkappa \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{50 \cdot 50}{0{,}75^2} =$$

$$\doteq 29644 \cdot 10^{-11}\,N \doteq 3 \cdot 10^{-7}\,N$$

jaká hmotnost má takovou sílu?



1 kg

$\varphi > 0$

h (5 m)

$h = 5\,m \Rightarrow \varphi = \frac{E_p}{m} = \frac{mgh}{m} \doteq 10 \cdot 5 = 50\ J/kg$

$E_p = 0$ (povrch Země) $\varphi = 0$

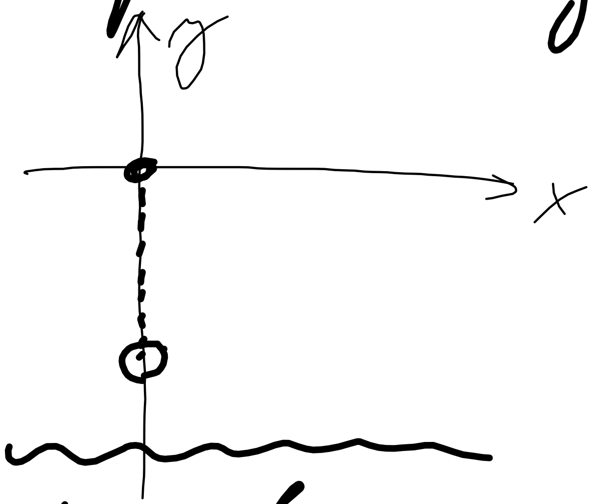
$h < 0$ $(= -5\,m)$

$\varphi < 0$ $(\varphi \doteq -50\ J/kg)$

... těleso je v potenciálové jámě

Pohyby v gravitačním poli – homogenním*

opak. volný pád



$s = \frac{1}{2} g t^2$

$v = g \cdot t$

$x = 0$

$y = \frac{1}{2} a t^2 \qquad a = -g$

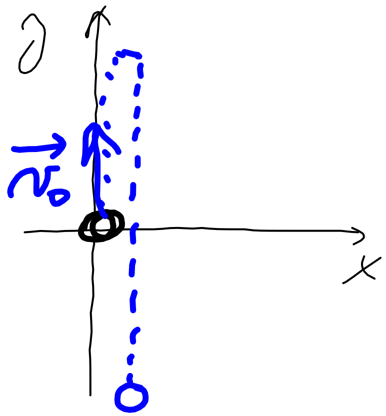
$v = a t \qquad a = -g$

$v = -g t$

* vrhy:

vrh svislý (vzhůru)

– je složený pohyb z přímočarého pohybu vzhůru (dolů) a volného pádu



$$y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \qquad a = -g$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

Př: $h = ?$ $\qquad g \doteq 10\,m/s^2$

$v_0 = 10\,m/s$

$t = 0{,}5\,s$

$$h = y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = 10 \cdot 0{,}5 - 5 \cdot 0{,}5^2 = 5 - 1{,}25 =$$

$$= \underline{3{,}75\,m}$$

spočtěte rychlost v čase 0,5 s

$$v = at + v_0 \qquad a = -g$$

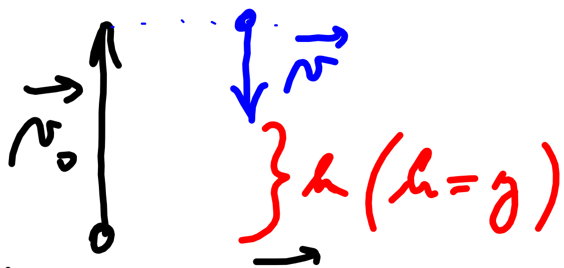
$$v = v_0 - gt$$

$$v \doteq 10 - 10 \cdot 0{,}5 = 10 - 5 = +5\,m/s$$

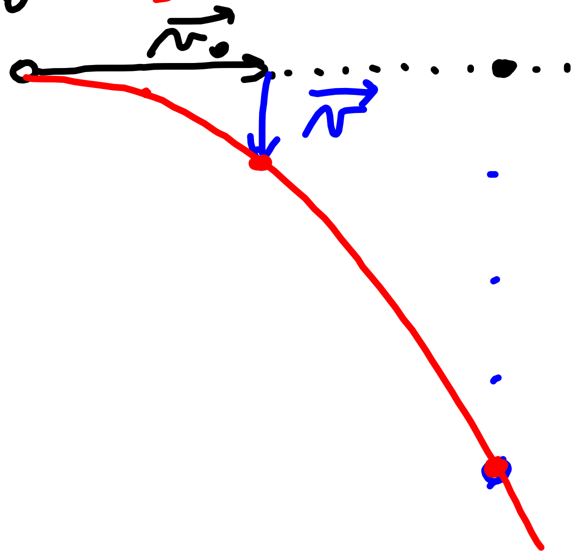
b) $h = ?$ v čase 1 s; 1,5 s; 2 s
$v = ?$

Vrhy jako složené pohyby

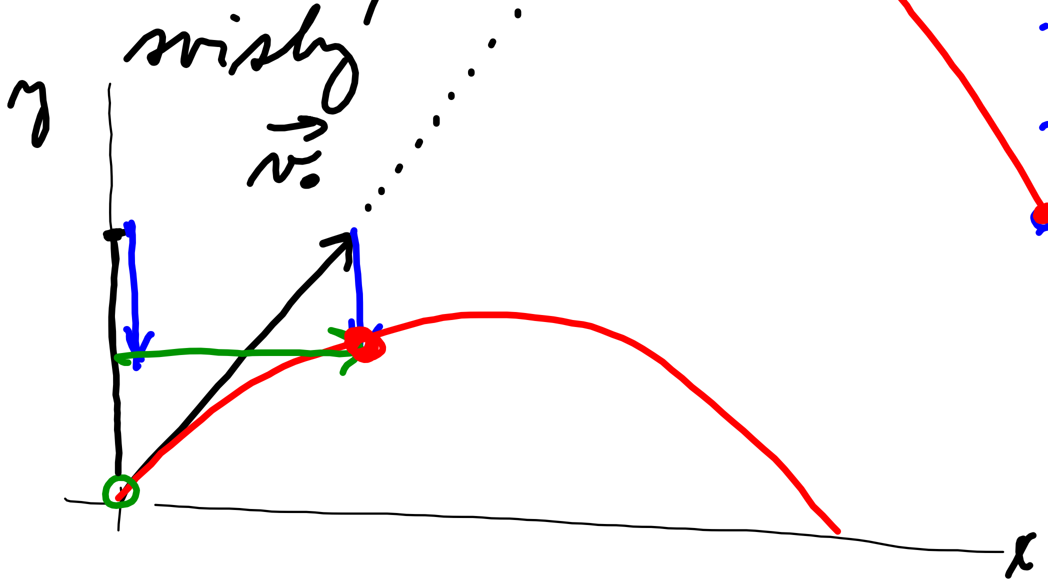
vrh svislý



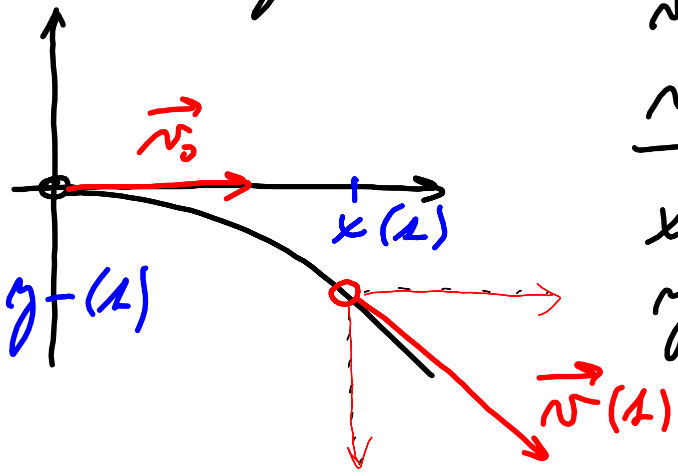
vodorovný



šikmý



Vodorovný vrh



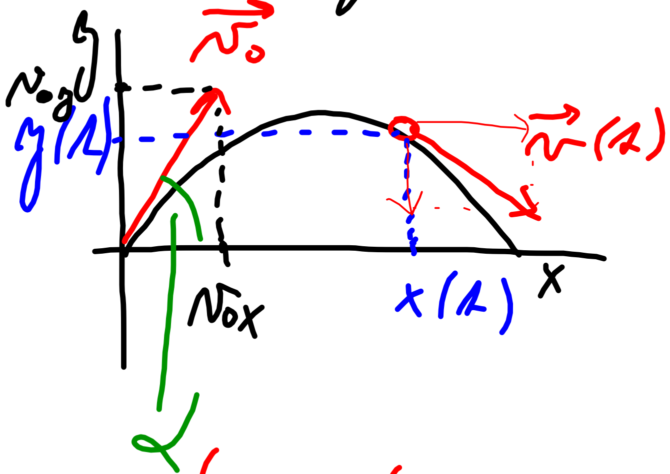
$$v_x = v_0$$

$$v_y = a \cdot t = -gt$$

$$x = v_0 t$$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2$$

Vrh šikmý



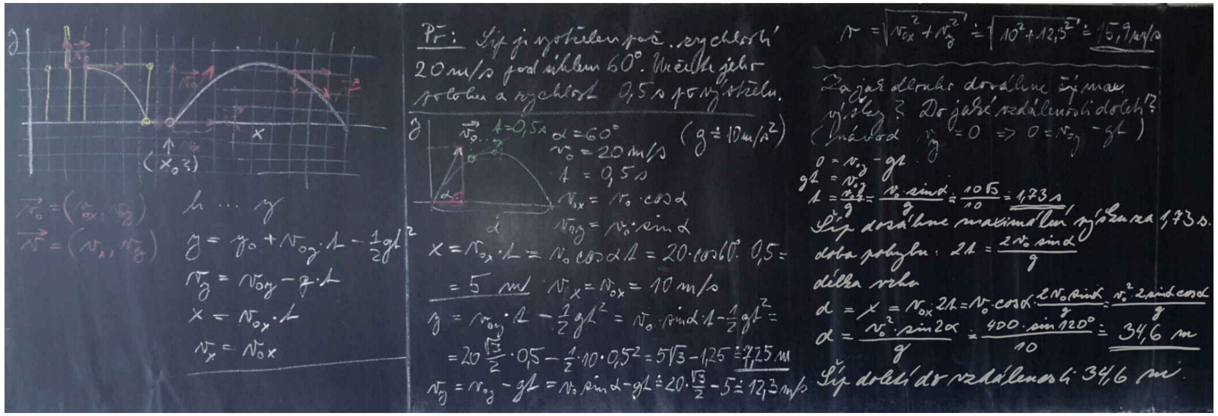
$v_x = v_{0x}$ poč. rychl ve směru x

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$x = v_{0x} \cdot t$$

$$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

DÚ … příklady podle učebnice



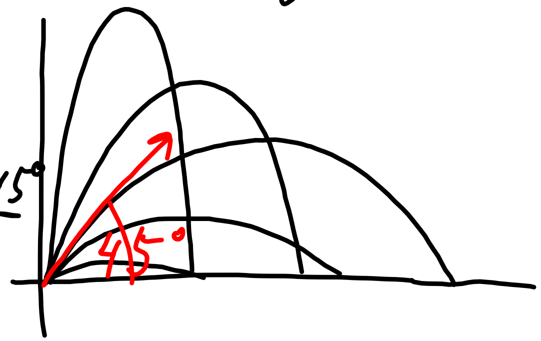
$$d = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

max. délka vrhu při dané velikosti v_0 :

max. hodn.

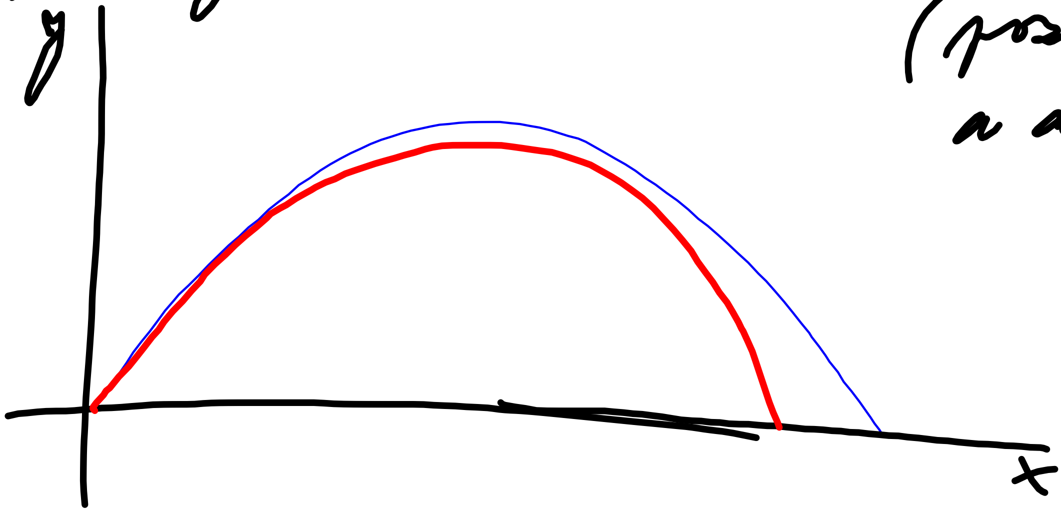
$\sin 2\alpha = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\alpha = 90° \Rightarrow \underline{\alpha = 45°}$



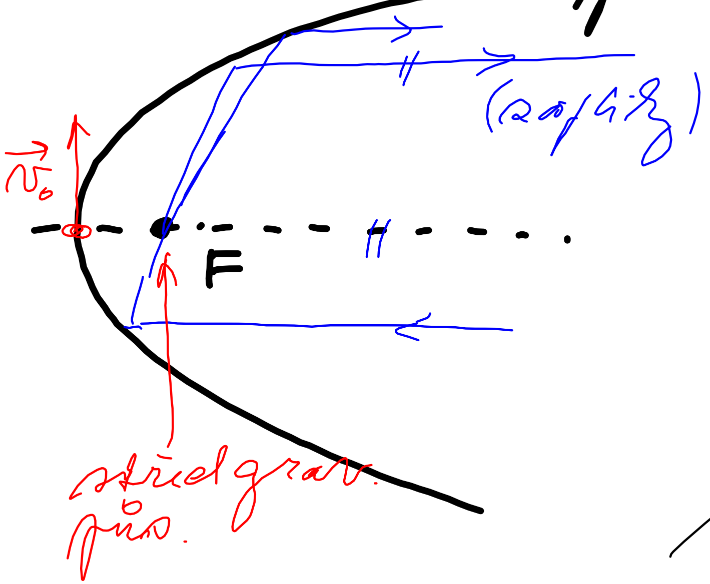
uvažujeme-li odpor prostředí, je trajektorií balistická křivka

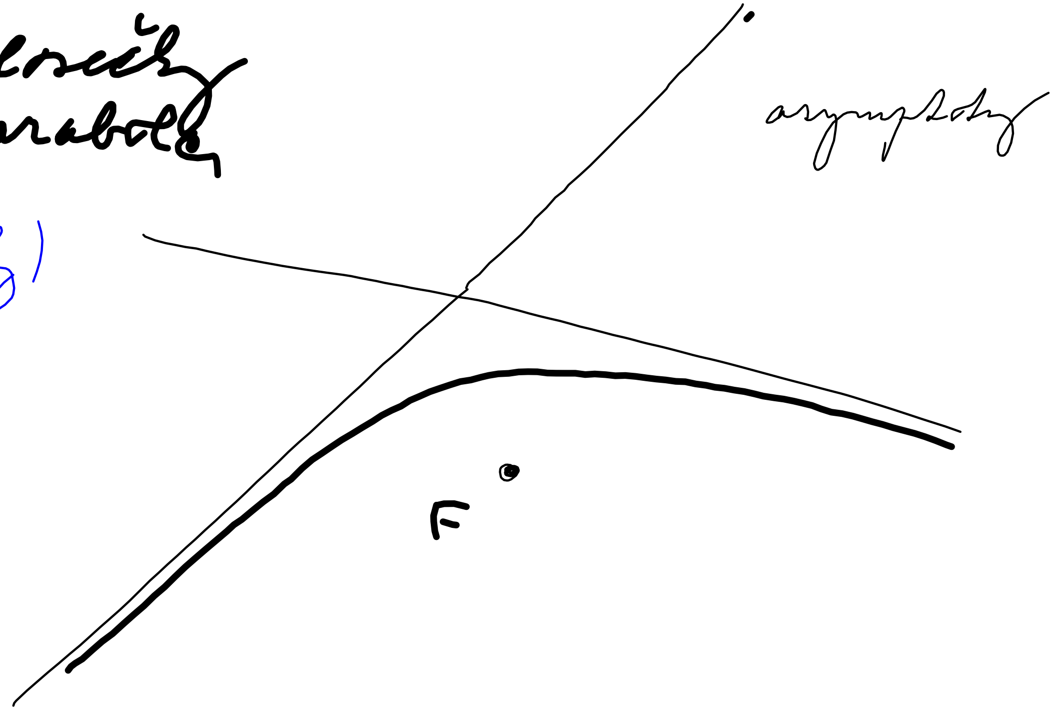
(posun. rotace střely a derivace střely)



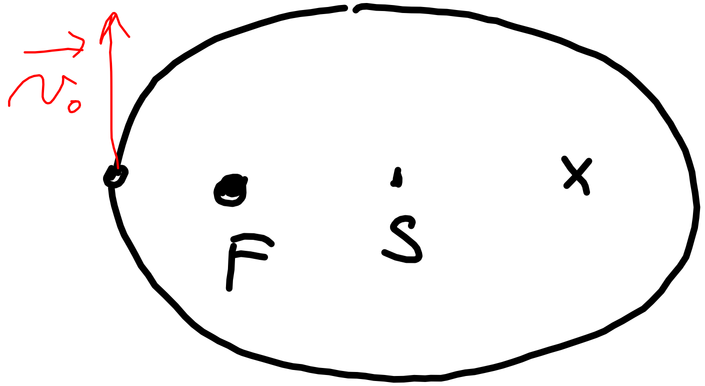
pohyby v radiálním poli

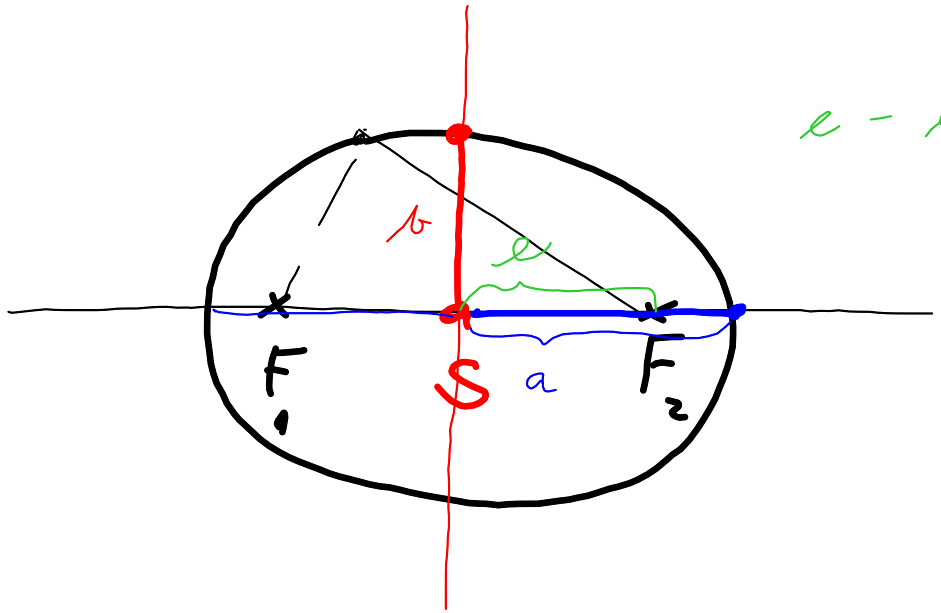
poznámka – kuželosečky, parabola





Elipsa



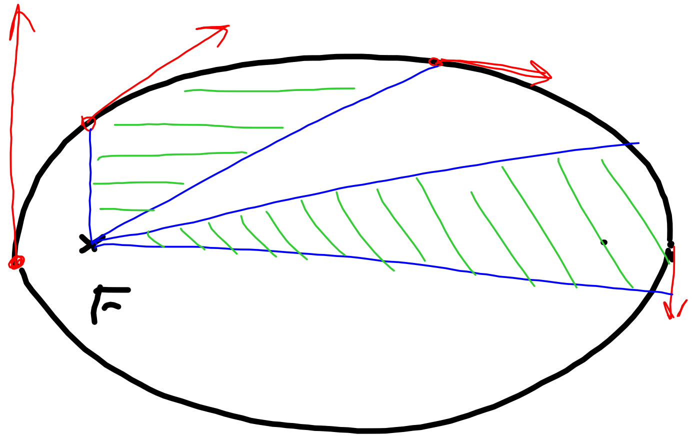


e - excentricita

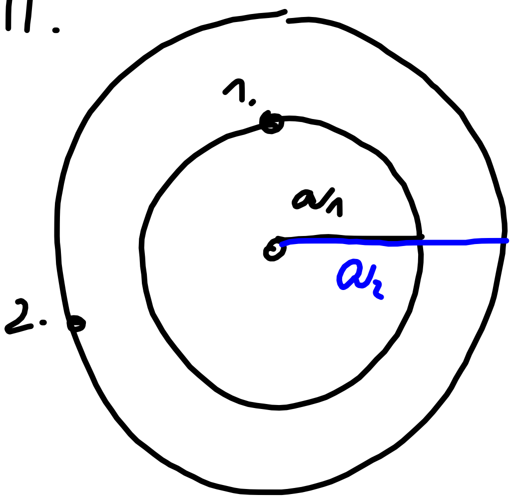
Keplerovy zákony (5.6.2015)

I.

II.



III.



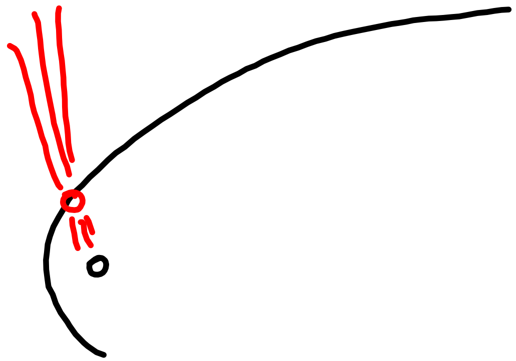
T_1, T_2 ... oběžné doby planet

a_1, a_2 ... hlavní poloosy trajektorie planet

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

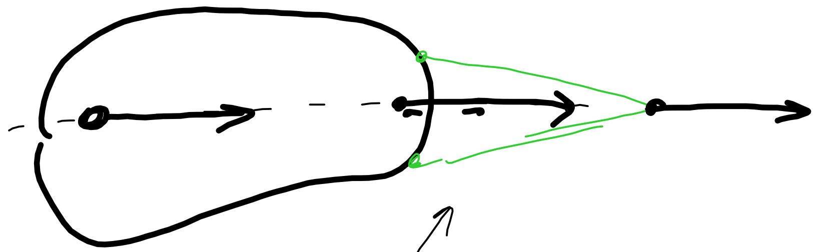
10.6.2015 - prověrka (grav. pole a vlny)

12.6. - Sluneční soustava

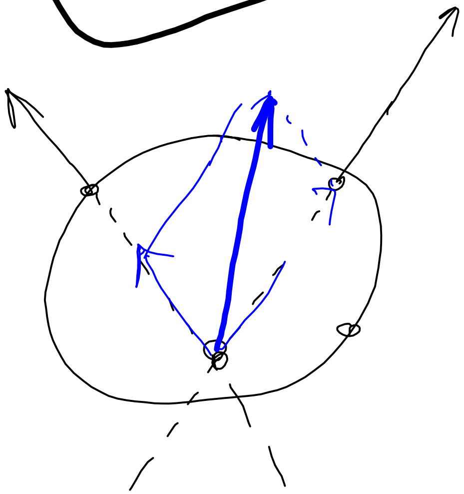


17.6. mechanika tuhého tělesa

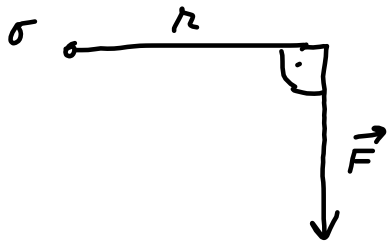
Působení síly na tuhé těleso (19.6.2015)



Sílu můžeme posunout do lib. bodu na vekt. přímce



Moment síly otáčivý účinek síly



$$M = F \cdot r$$