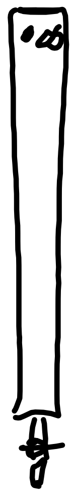
Volný pád

pokusy

Newtonova trubice



← olověný brok a peříčko se pohybují ve vakuu stejným pohybem.

- rychlost roste úměrně s časem

volný pád je rovnoměrně zrychlený pohyb

zrychlení volného pádu – tíhové zrychl.

$g \doteq 10\,m/s^2$; normální tíh. zrych.: $g = 9{,}81\,m/s^2$

Př: Spočítej rychlost a dráhu volného pádu po a) 0,5 s
b) 1 s
c) 10 s

$(v = a \cdot t \,;\, v = a \cdot t + v_0 \,;\, a = g \,;\, v_0 = 0\,m/s)$

$v = gt$

$s = \frac{1}{2} g t^2$

a) $v = gt \doteq 10 \cdot 0{,}5 = 5\,m/s$

$s = \frac{1}{2} g t^2 \doteq 5 \cdot 0{,}5^2 = 1{,}25\,m$

b) $v = 10 \cdot 1 = 10\,m/s$

$s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2 = 5\,m$

c) $v = 10 \cdot 10 = 100\,m/s$

$s = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^2 = 500\,m$

Př: Jak hluboká je studna, do které padá kámen 3 s?

$s = ?$
$t = 3\,s$
$(g \doteq 10\,m/s^2)$

$s = \frac{1}{2} g t^2 \doteq 5 \cdot 3^2 = \underline{45\,m}$

Př: Jak dlouho bude padat těleso volným pádem z výšky 3,5 m?

$t = ?$ $(10\,m/s^2)$
$s = 3{,}5\,m$

$s = \frac{1}{2} g t^2$

$\frac{2s}{g} = t^2$

$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} \doteq \sqrt{\frac{7}{10}} \doteq 0{,}84\,s$ DÚ 9.9.

Jakou při tom získá rychlost?

$v = ?$
$t = 0{,}84\,s$

$v = g \cdot t \doteq 10 \cdot 0{,}84 = 8{,}4\,m/s$

Těleso pádem z výšky 3,5 m získá rychlost 8,4 m/s.

Jakou rychlostí dopadneme na zem při seskoku z výšky 6 m?

$s = 6\,\text{m}$

$v = ?$

$s = \frac{1}{2} g t^2 \; ; \; v = g \cdot t$

$t^2 = \frac{2s}{g}$

$t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$ $\quad v = g \cdot \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{g^2 \cdot 2s}{g}} = \boxed{\sqrt{2gs}} \doteq \sqrt{120} \doteq 11\,\text{m/s}$

2/51 $v = 90\,km/h = 25\,m/s$

$s = ?$

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$s \doteq \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10}^{5} \cdot t^2$$

$$s \doteq 5 t^2$$

$$s \doteq 5 \cdot 2{,}5^2$$

$$s \doteq 5 \cdot 6{,}25$$

$$s \doteq 31{,}25\,m$$

$$v = g \cdot t$$

$$25 = 10 \cdot t \quad /:10$$

$$t = 2{,}5\,s$$

PF: $s_1 = 3\ m \quad t_1$

$s_2 = 2{,}5\ m \quad t_2$

$\Delta t = t_1 - t_2$

$t_1 = \sqrt{\frac{2 s_1}{g}} \quad \left(s_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad t_1 = \sqrt{\frac{2 s_1}{g}} \right)$

$t_1 \doteq \sqrt{0{,}6}\ s$

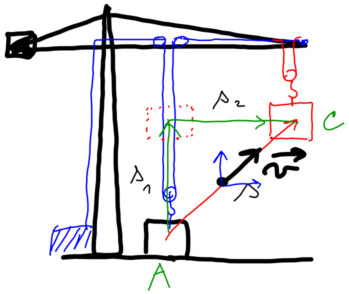
$t_2 = \sqrt{\frac{2 s_2}{g}}$

$t_2 = \sqrt{0{,}5}\ s$

$\Delta t \doteq \sqrt{0{,}6} - \sqrt{0{,}5} \doteq \underline{\underline{0{,}07\ s}}$

Skládání pohybů a rychlostí

Př:



Výslednou polohu (C) určíme tak, že předpokládáme, že pohyby probíhají postupně (za sebou)

$s_1 = 3\,m$

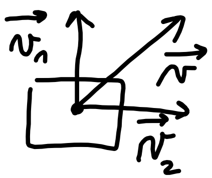
$s_2 = 4\,m$

$t = 5\,s$

a) $s = ?$ $\quad s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} = \sqrt{3^2+4^2} = 5\,m$

b) $v = \frac{s}{t} = \frac{5}{5} = \underline{1\,m/s}$

c) určete rychlost (zvlášť) ve svislém a vodorovném směru.



$v_1 = \frac{s_1}{t} = \frac{3}{5} = 0{,}6\,m/s$

$v_2 = \frac{s_2}{t} = \frac{4}{5} = 0{,}8\,m/s$

rychlost $\vec{v}$ je složena z rychlostí $\vec{v}_1$ a $\vec{v}_2$

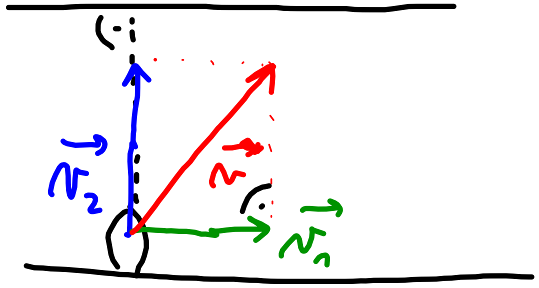
$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Jakou rychlostí a kterým směrem se bude pohybovat člun na řece, jestliže rychlost proudu řeky je 1,5 m/s, člun má rychlost (vzhledem k vodě) 10 km/h a je natočen kolmo ke břehu.

$v = ?$

$v_1 = 1{,}5\ m/s = 5{,}4\ km/h$

$v_2 = 10\ km/h$

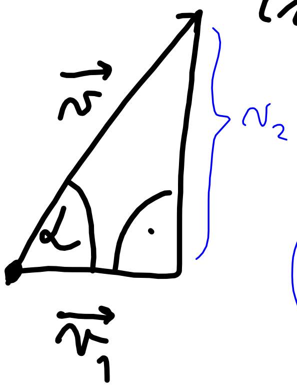


$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{5{,}4^2 + 10^2}$

$v \doteq 11{,}36\ km/h$

$\cos\alpha = \frac{v_1}{v} = \frac{5{,}4}{11{,}36} \doteq 0{,}48$

$\alpha \doteq 61^\circ$



$\left(\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{5{,}4} \doteq 1{,}852 \right.$

$\left. \alpha \doteq 68^\circ\, 29' \right)$

DÚ - úlohy str 54

(příště - rovnom. pohyb po kruž.)

$s = 10\,m$

$v = ?$

$g \doteq 10\,m/s^2$

$t = ?$

$s = \frac{1}{2} \cdot g t^2 \quad / \cdot 2$

$2s = g t^2 \quad / : g$

$\frac{2s}{g} = t^2$

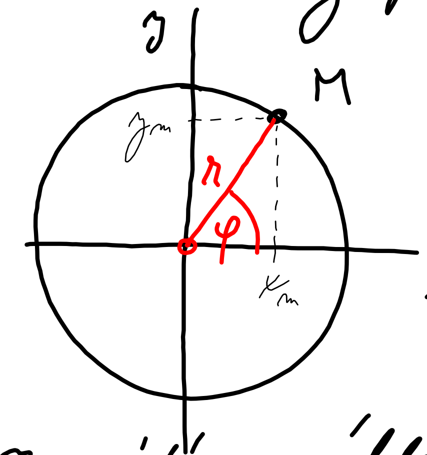
$t = \sqrt{\frac{2s}{g}} = \sqrt{\frac{20}{10}} \doteq 1{,}41\,s$

$v = g \cdot t$

$v \doteq 10 \cdot 1{,}41$

$v = \underline{\underline{14{,}1\,m/s}} \doteq 50{,}9\,km/h$

Rovnoměrný pohyb po kružnici



při rovnom. pohybu (po kruž.) se stále
x a y neustále mění

× poloměr ... je stálý
φ ... narůstá rovnoměrně

zavádíme úhlové veličiny

úhlová dráha φ $\quad s = \varphi \cdot r$

úhlová rychlost ω $\quad v = \omega \cdot r$

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

perioda T (doba jedné otáčky)

frekvence f (počet period za 1 s)

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi f$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Př: Kolo o poloměru 0,5 m se otáčí s frekvencí 3000 ot/min. Vypočtěte úhlovou a obvodovou rychlost.

$r = 0{,}5\ \text{m}$

$f = 3000\ \text{ot/min} = (50\ \text{ot/s} = 50\ \text{s}^{-1}) = 50\ \text{Hz}$

$\omega = ?$

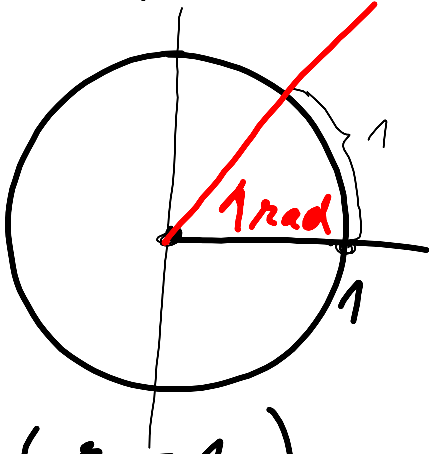
$v = ?$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100 \cdot \pi \doteq 314\ \text{s}^{-1}$

$v = \omega \cdot r \doteq \underline{\underline{157\ \text{m/s}}}$

Pozn.

1 radián



$(r = 1)$

$$(180^\circ = \pi \text{ rad})$$

$$\pi = 180^\circ$$

$$2\pi = 360^\circ$$

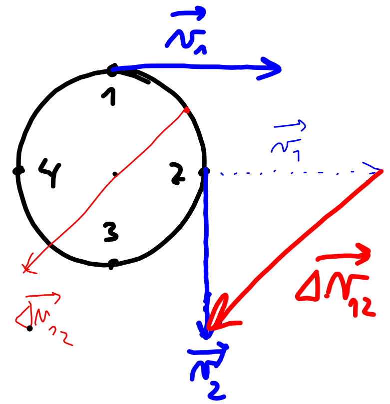
$$1^\circ = \frac{\pi}{180}$$

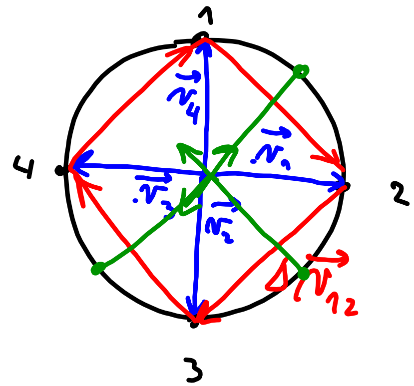
$$1 = \frac{180}{\pi} \quad (\doteq 57^\circ)$$

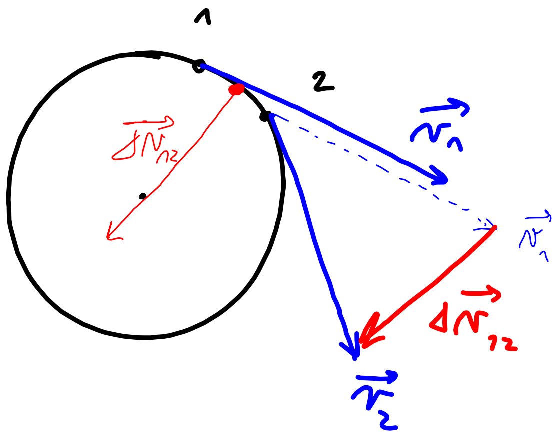
23/9 2016

Zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici.

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \qquad \Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



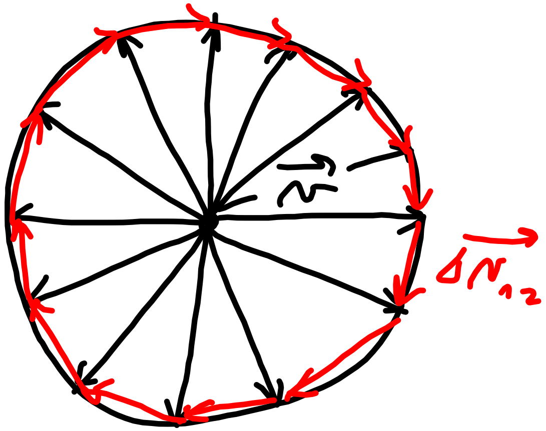




$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

vektor změny rychlosti směřuje do středu otáčení

– odpovídající zrychlení pojmenujeme: <u>dostředivé zr.</u>



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$\Delta t = T$ ($o = 2\pi r$)

$\Delta v = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \dots = 2\pi v$ ...součet velikostí všech změn rychlosti během jedné otáčky

dostředivé zrychlení

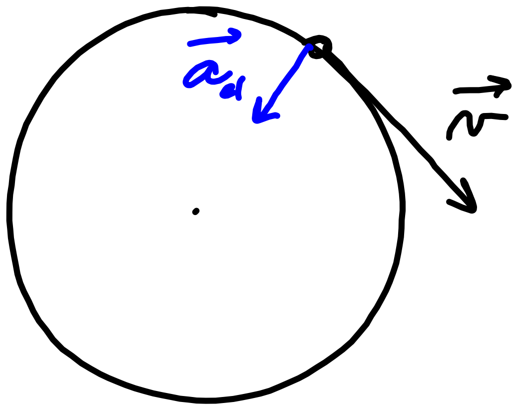
$$a_d = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2\pi v}{T} = 2\pi f v$$

$a_d = \omega \cdot v$ $v = \omega \cdot r$

$a_d = \omega^2 \cdot r$ $\omega = \frac{v}{r}$

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

DÚ úlohy str 60 <u>30↓9</u>


$\vec{a}_{cl}$
$\vec{v}$

poznámka ke straně 78 ☺

Př.: Spočtěte účinnost automobilu (o výkonu 48 kW), je-li spotřeba při max. rychlosti 155 km/h 11 l/100 km a výhřevnost benzínu je 43 MJ/kg. (hustota benzínu je 750 kg/m^3)

$v = 155\ \text{km/h} = 43{,}0\overline{5}\ \text{m/s}$

$P = 48\ \text{kW} = 4{,}8 \cdot 10^4\ \text{W}$

$H = 43\ \text{MJ/kg} = 4{,}3 \cdot 10^7\ \text{J/kg}$

$\rho = 750\ \text{kg/m}^3$

$sp = 11\ \text{l}/100\ \text{km} = 0{,}011\ \text{m}^3/100\ \text{km}$

m ... hmotnost benzínu spotřebovaného za 1 s.

m_{100} ... — " — na 100 km

$m_{100} = sp \cdot \rho$

100 km urazí za čas $t = \dfrac{s}{v} = \dfrac{100\,000}{v}$

$m = \dfrac{m_{100}}{t} = \dfrac{sp \cdot \rho \cdot v}{100\,000}$

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{Q_0} = \frac{P}{m \cdot H} = \frac{P \cdot 100\,000}{sp \cdot \rho \cdot v \cdot H} = \frac{4{,}8 \cdot 10^4 \cdot 10^5}{0{,}011 \cdot 750 \cdot 43{,}0\overline{5} \cdot 4{,}3 \cdot 1}$$

teplo, které se hořením uvolní za 1 s

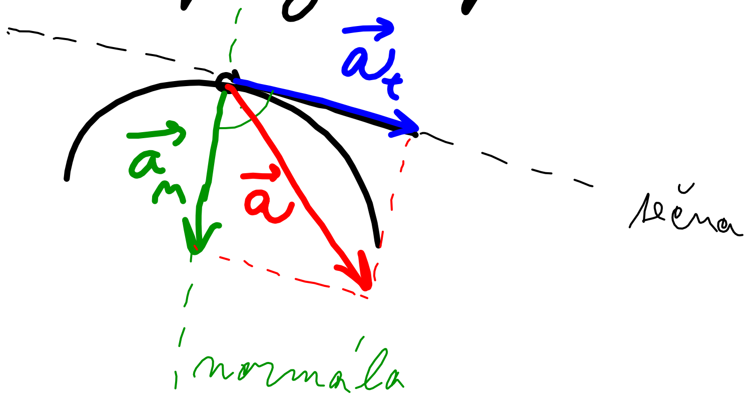
$\eta \doteq 0{,}00314 \cdot 10^2 = 0{,}314 \doteq 31\,\%$

Účinnost popisovaného automobilu je (při maximálním výkonu) asi 31 %.

(tabulkové hodnoty pro zážehový motor uvádí účinnost kolem 25 % pro přeplňované motory - turbo - 35 %)

Zrychlení nerovnoměrného křivočarého pohybu

(křivočarý pohyb můžeme složit z pohybů po kruhových obloucích)



a_t ... tečné zrychlení

a_n ... normálové zrychlení

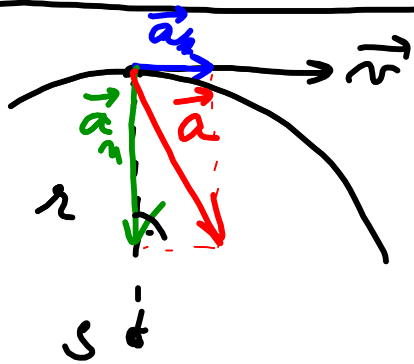
$\vec{a} = \vec{a}_t + a_n$

Př.: Určete zrychlení automobilu v zatáčce o poloměru 10 m, který má tečné zrychlení 2 m/s² v okamžiku, kdy je jeho rychlost 40 km/h.

$r = 10\ m$

$a_t = 2\ m/s^2$

$v = 40\ km/h = 11{,}\bar{1}\ m/s$



$$a_n = a_d = \frac{v^2}{r}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{a_t^2 + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{11{,}\bar{1}^2}{10}\right)^2} \doteq \sqrt{4 + 152{,}4} \doteq 12{,}4\ m/s^2$$

automobil má při rychlosti 40 km/h zrychlení 12,4 m/s².

Př.: Kolo se začne pohybovat rovnoměrně zrychleným pohybem se zrychlením na povrchu kola 0,3 m/s² (tečné zrychlení). Jak velké bude zrychlení na povrchu kola za 10 s? Ploměr kola je 0,5 m.

$r = 0{,}5\ m$

$a_t = 0{,}3\ m/s^2$

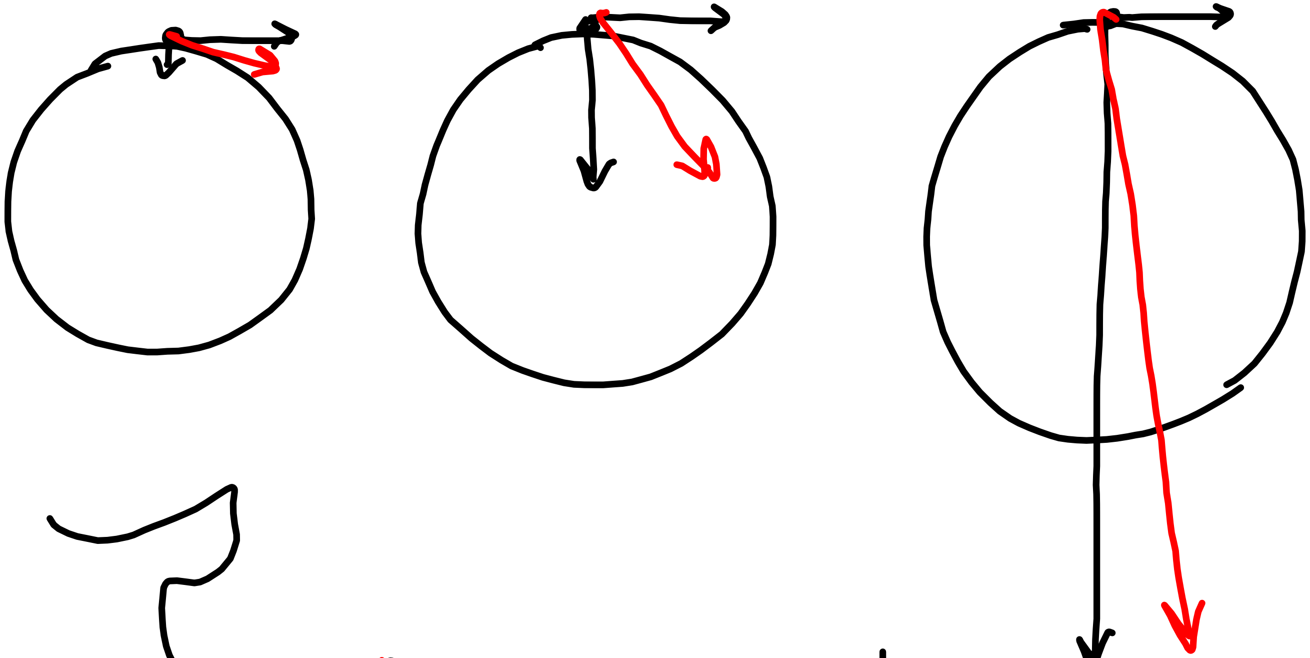
$t = 10\ s$

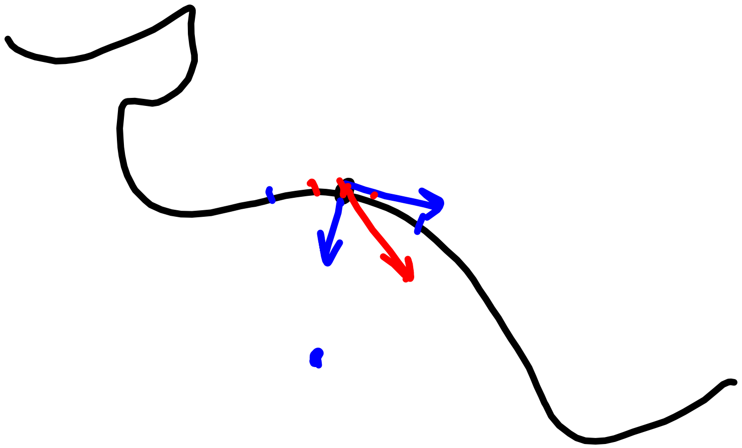
$v = a_t \cdot t \ (= 0{,}3 \cdot 10 = 3\ m/s)$

$$a_n = a_d = \frac{v^2}{r} = \frac{(a_t \cdot t)^2}{r} = \frac{a_t^2 \cdot t^2}{r}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{a_t^2 \cdot t^2}{r}\right)^2 + a_t^2} = \sqrt{\left(\frac{9}{0{,}5}\right)^2 + 0{,}09} =$$

$$= \sqrt{324{,}09} \doteq 18\ m/s^2$$





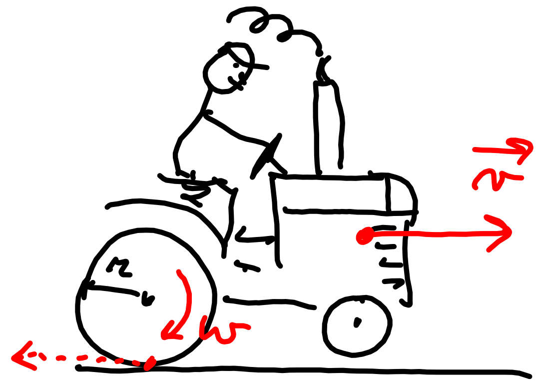
$$\frac{\Delta r}{\Delta t} \quad \Delta t \to 0 \quad \frac{dr}{dt}$$

úloha 6/218

$r = 0{,}6\,m$

$\omega = ?$

$v = 9\,m/s$



$v = \omega \cdot r$

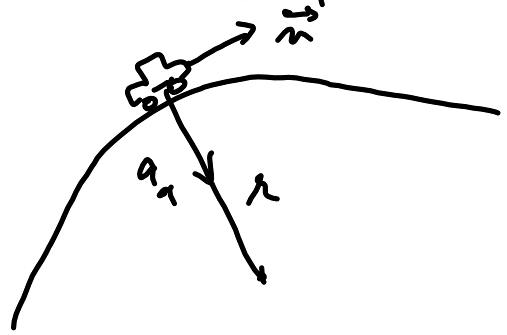
$\omega = \frac{v}{r} = \frac{9}{0{,}6} = \underline{15\,s^{-1}}$ (15 rad/s)

ú 8/218

$r = 100\,m$

$v = ?$

$a_d = 4\,m/s^2$



$a_d = \frac{v^2}{r} \Big/ \cdot r$

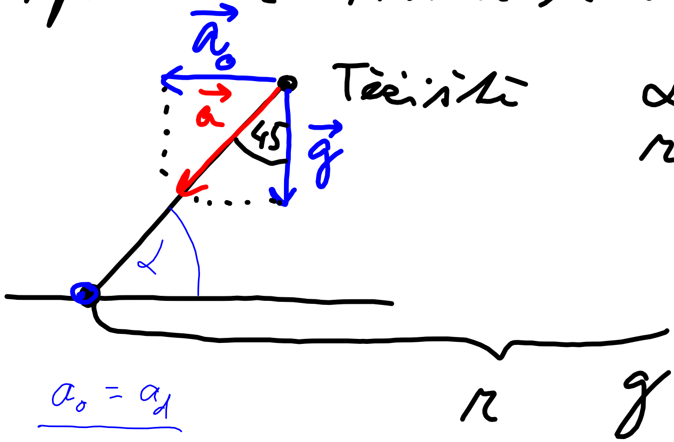
$a_d \cdot r = v^2$

$v = \sqrt{a_d \cdot r} = \sqrt{4 \cdot 100} = \underline{20\,m/s}$

7.10.16

rk …

pozn. Jakou rychlostí projíždí cyklista (sešit 64) zatáčkou? (předpokládejme poloměr 7 m a úhel sklonu 45°)



$\alpha = 45°$
$r = 7\ m$

$a_o = a_d$

$g \doteq 10\ m/s^2$

$a_o = a_d = 10\ m/s^2$

$$a_d = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{a_d \cdot r} = \sqrt{10 \cdot 7} \doteq 8{,}37\ m/s$$

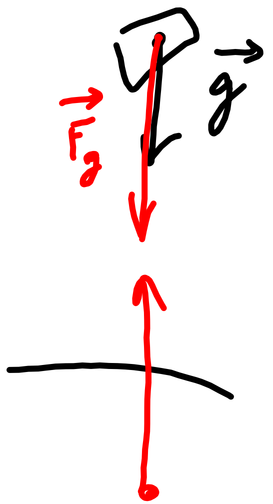
$$v \doteq 30\ km/h$$

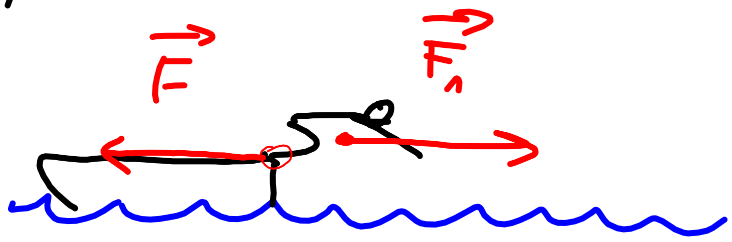
($r = 7\ m \Rightarrow v = 30\ km/h$
$r = 10\ m \qquad v = 36\ km/h$
$r = 15\ m \qquad v \doteq 44\ km/h$
$r = 20\ m \qquad v \doteq 51\ km/h$ ...)

Dynamika – zabývá se příčinami pohybu

(viz. opakování II.)

př. volný pád





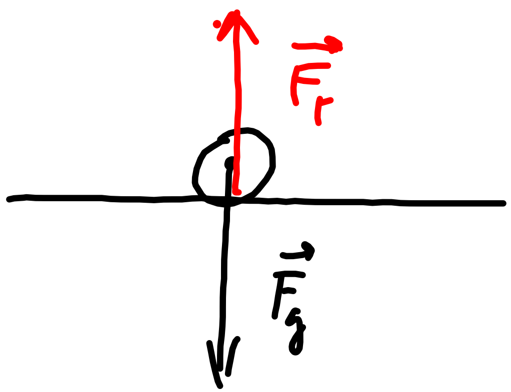
působení těles je vždy vzájemné (tělesa jsou ve vzájemné interakci)

Příčinu pohybu mohu popsat interakčním vektorem – nazveme ji **síla**

Izolované těleso – takové, které nevstupuje do žádné interakce

izolovaný hmotný bod – model takového tělesa

Jako izolované těleso se může chovat míč na stolní desce (gravit. síla je kompenzována reakcí podložky)

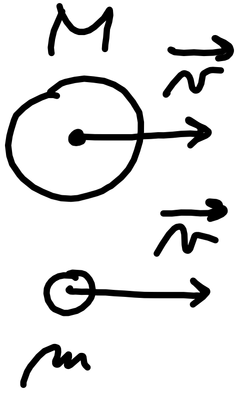


(výsledná síla je nulová)

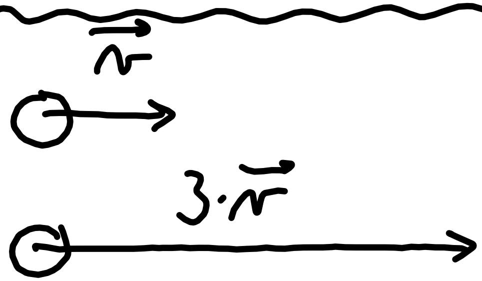
soustava, v níž izolované těleso setrvává v klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém se nazývá inerciální vztažná soustava

- všechny ostatní soustavy jsou neinerciální (soustavy, které vzhledem k nějaké inerciální soustavě rotují nebo zrychlují - zpomalují)

Hybnost $\vec{p}$ ... fyz. veličina, která charakterizuje pohybový stav tělesa



při stejné rychlosti má hmotnější těleso větší hybnost



při stejné hmotnosti má rychlejší těleso větší hybnost

$$\vec{p} = m\cdot\vec{v}$$

(jednotka: kg·m/s)

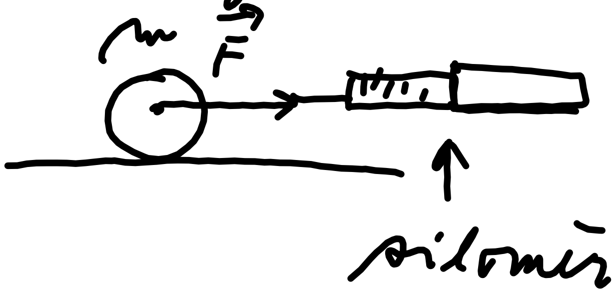
Pohybové zákony (- v inerciální vztaž. soust.)

1. Zákon setrvačnosti

....

2. Zákon síly

(- udává vztah mezi silou a změnou pohybového stavu)



... změna pohybového stavu je tím větší, čím větší působí síla (a tím menší, čím větší je hmotnost tělesa)

Dú - ověř. 2. poh. zák.
↓21/10 z míř. gymn.

$\Delta \vec{p}$ .. změna hybnosti; Δt .. doba působení síly

$$\left.\begin{array}{l} \Delta \vec{p} \sim \vec{F} \\ \Delta \vec{p} \sim \Delta t \end{array}\right\} \quad \Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\boxed{\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}}$$

$$\underbrace{F \cdot \Delta t}_{\text{impulz síly}} = m \cdot \Delta v \qquad (F \cdot t = m \cdot v)$$

Př: jakou rychlost získá vozík o hmotn. 150 kg, když na něj budeme 20 s působit silou 100 N?

$m = 150\,kg$

$F = 100\,N$

$t = 20\,s$

$v = ?$

$$\boxed{F \cdot t = m \cdot v}$$

$$100 \cdot 20 = 150 \cdot v$$

$$v = \frac{20 \cdot 100}{150} = \frac{40}{3} = 13{,}\overline{3}\ m/s$$

$$\vec F = \frac{\Delta \vec p}{\Delta t} = m \cdot \underbrace{\frac{\Delta \vec v}{\Delta t}}_{\vec a} = m \cdot \vec a$$

$$\boxed{\vec F = m \cdot \vec a}$$

$$F = m \cdot a$$

Síla $\vec F$ působící na těleso o hmotnosti m mu uděluje zrychlení $\vec a$ takové, že platí:

$$\vec F = m \cdot \vec a$$

DÚ - úlohy podle učebnice

ú 1/221

$m = 0{,}4\ kg$

$v = 25\ m/s$

$t = 0{,}1\ s$

$F = m \cdot a \qquad a = \frac{v}{t} = \frac{25}{0{,}1} = 250\ m/s^2$

$F = 0{,}4 \cdot 250 = \underline{\underline{100\ N}}$

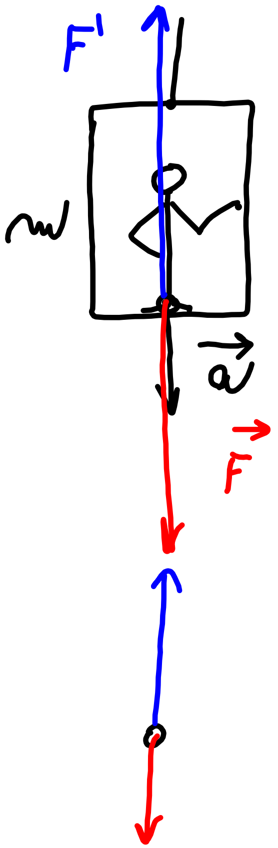
$(F \cdot t = m \cdot v \Rightarrow F \cdot 0{,}1 = 0{,}4 \cdot 25)$

3/229

$m = 75\,kg$

$a = 2{,}6\,m/s^2$

$F_p = ?$



$F = m \cdot a = 75 \cdot 2{,}6 = 195\,N$

F' ... síla, kterou působí na osobu podlaha (výtahu)

výsledná síla $F_p = F' - F$

$F' = m \cdot g \doteq 75 \cdot 10 = 750\,N$

$F_p = F' - F = 750 - 195 = \underline{\underline{555\,N}}$

def. jednotky síly

1 N je síla, která hmotnosti 1 kg udílí zrychlení 1 m/s^2

$[F] = N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

poznámka

MECH.

Kinemat.	Dynamika
s, v, a, φ, ω	F, M

$$\boxed{F = m \cdot a}$$

2. pohybový zákon uvádí do vztahu kinematický a dynamický popis pohybu.

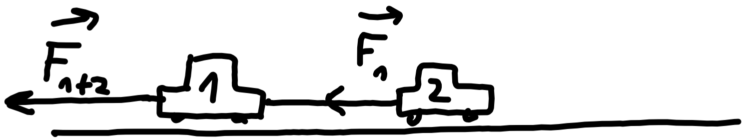
Př.: Tažná síla 1. automobilu je 2600 N.
2. automobil je prvním taženy po vodorovné silnici. Oba automobily mjí hmotnost 1000 kg.
Jakou silou je napínáno vlečné lano?

$F_{1+2} = 2600\,N$

$m_1 = 1000\,kg$

$m_2 = 1000\,kg$

$F_2 = ?$



$F_1 = m_1 \cdot a$

$a = ?$

$F_{1+2} = (m_1 + m_2) \cdot a$

$$a = \frac{F_{1+2}}{m_1 + m_2} = \frac{2600}{2000} = 1{,}3\,m/s^2$$

$F_1 = m_1 \cdot a = 1000 \cdot 1{,}3 = 1300\,N$

pozn. dynamické měření hmotnosti

$$F = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a}$$

<u>Př:</u> určete hmotnost vozíku, který tlačíme stálou silou 300N po dobu 10 s a urazíme tak dráhu 3 m (nulové poč. podm., vodorovný směr, bez tření).

$m = ?$
$t = 10\,s$
$s = 3\,m$
$F = 300\,N$

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} \left(= \frac{6}{100} = 0{,}06\,m/s^2\right)$$

$$m = \frac{F}{a} = \frac{F}{\frac{2s}{t^2}} = \frac{F \cdot t^2}{2s} = \frac{300 \cdot 100}{6} = \underline{\underline{5\,000\,kg}}$$

– takto určenou hmotnost můžeme označit jako <u>setrvačnou.</u>
hmotnost určenou pomocí tíhy (gravit. síly) označujeme jako <u>gravitační</u>

3. pohybový zákon (zákon akce a reakce)
(zákon vzáj. působení)

(DÚ ... znění)
přísk – písemně

Zákon zachování hybnosti

Celková změna hybnosti (v izolované soust.) způsobená vnitřními silami je nulová.

nebo

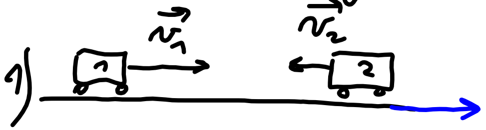
Celková hybnost izolované soustavy se nemění.

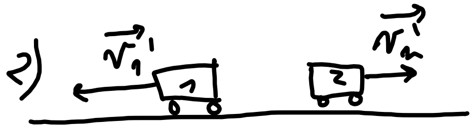
P ... celková hybn.

$p_1\, p_2\, p_3 \ldots p_n$ dílčí hybnosti

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n = \vec{P} = \text{konst.}$$

Př: Dva vozíky o hmotnostech 3 kg a 4 kg se pohybují proti sobě. Lehčí vozík rychlostí 5 m/s a těžší 2 m/s. Jaká bude rychlost lehčího vozíku po srážce, při které se těžší vozík odrazí rychlostí 3 m/s?
(pozn. - opačný směr vyjádříme záporným znam.)



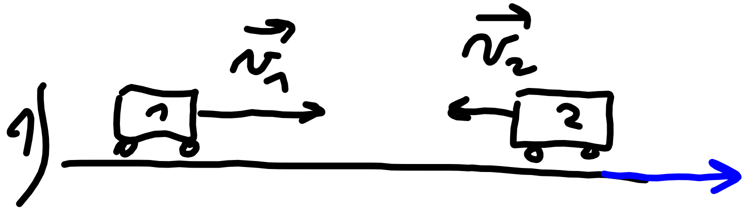


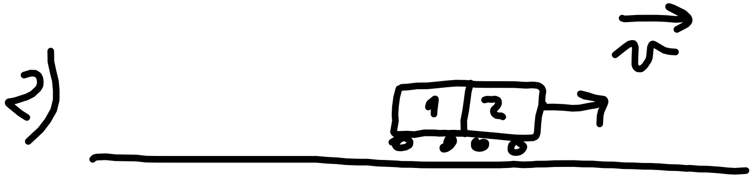
$m_1 = 3\,kg$
$m_2 = 4\,kg$
$v_1 = 5\,m/s$
$v_2 = -2\,m/s$
$v_1' = ?$
$v_2' = 3\,m/s$

(hybnost „před" = hybnost „po" srážce)

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$
$$3 \cdot 5 + 4 \cdot (-2) = 3 \cdot v_1' + 4 \cdot 3$$
$$15 - 8 = 3 v_1' + 12$$
$$7 - 12 = 3 v_1'$$
$$-5 = 3 v_1'$$
$$v_1' = -\frac{5}{3}\,m/s = -1{,}\bar{6}\,m/s$$

Př: Předpokládejme stejnou situaci před srážkou. Spočtěte rychlost vozíků po srážce v případě, že se vozíky spojí.

1)


2)


$m_1 = 3\,kg$

$m_2 = 4\,kg$

$v_1 = 5\,m/s$

$v_2 = -2\,m/s$

$v = ?$ (spol. rychlost)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v$$

$$3 \cdot 5 - 4 \cdot 2 = (3+4) \cdot v$$

$$7 = 7 \cdot v$$

$$\underline{\underline{v = 1\,m/s}}$$

2/84 střela $m_1 = 0{,}01\,\text{kg}$

$v_1' = 800\,\text{m/s}$

$m_2 = 4\,\text{kg}$

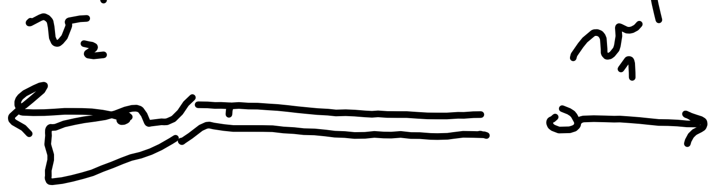
$v_2' = ?$

$v_1 = 0 \; v_2 = 0$ (před výstřelem

$$0 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$0 = 0{,}01 \cdot 800 + 4 \cdot v_2'$$

$$v_2' = -\frac{0{,}01 \cdot 800}{4} = -2\,\text{m/s}$$



$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$\vdots$

Př: Dětská raketa má hmotnost 50 g, vodní náplň má hmotnost 100 g a vystříkne rychlostí 10 m/s. Jakou rychlostí (a do jaké výšky) vyletí raketa?

řeš. Dú

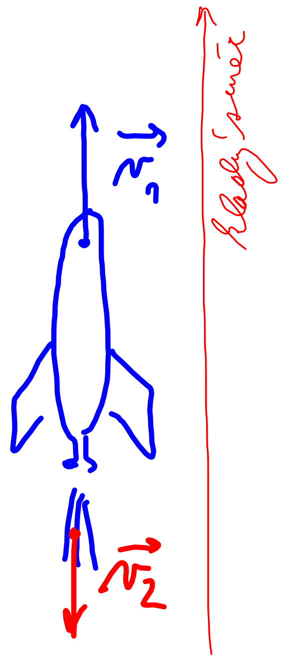
$m_1 = 0{,}05\ kg$

$m_2 = 0{,}1\ kg$

$v_1 = ?\quad (v_1')$

$v_2 = -10\ m/s\quad (v_2')$

hybnost „před" = hybnost „po"



$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$0 = 0{,}05 v_1 + 0{,}1(-10)$$

$$0{,}05 v_1 = 1$$

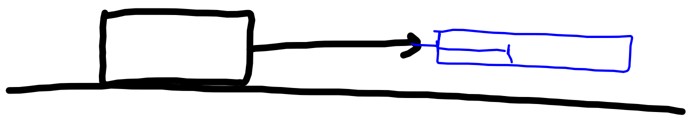
$$v_1 = \frac{1}{0{,}05} = 20\ m/s$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow h = \frac{v^2}{2g} = \frac{400}{20} = 20\ m$$

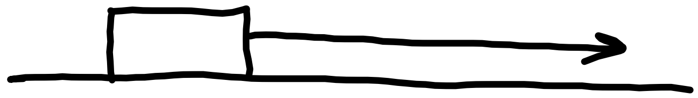
Raketa vyletí rychlostí 20 m/s do výšky 20 m.

Tření a valivý odpor

pokus:



0,1 N - hladký povrch



0,5 N brusný papír

dvojnás. tlaková
síla vyvolá
dvojnás. tření

závěr: třecí síla je úměrná tlakové síle, závisí na kvalitě povrchu třecích ploch a nezávisí na velikosti třecích ploch

Pú - opak. tření NG.

F_T ... třecí síla

F_N ... tlaková síla

f ... součinitel smykového tření

$$F_T = f \cdot F_N$$

Tření je síla, která působí proti směru pohybu nebo proti směru, kterým by se těleso pohybovalo, kdyby na něj tření nepůsobilo.

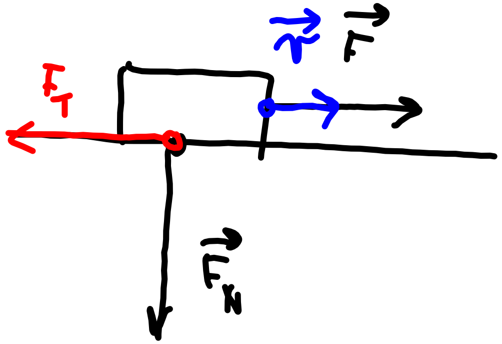
Př: $F_T = 0{,}2\ N$

$F_N = 1{,}5\ N$

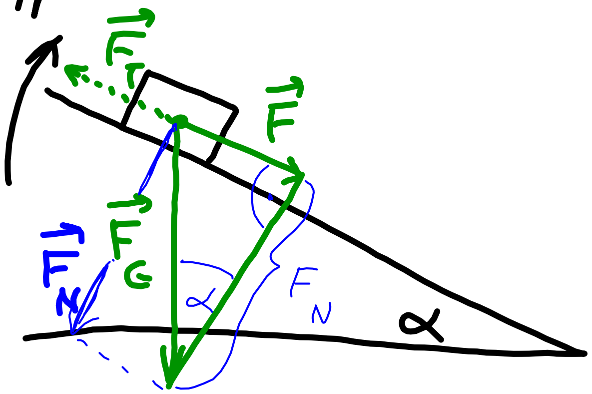
$f = ?$

$$F_T = f \cdot F_N \quad / \cdot \frac{1}{F_N}$$

$$f = \frac{F_T}{F_N} = \frac{0{,}2}{1{,}5} \doteq 0{,}1\overline{3}$$



pokus s nakl. rovinou ($f = \mathrm{tg}\,\alpha$) $f = \frac{F_T}{F_N} = \frac{F}{F_N} = \mathrm{tg}\,\alpha$



při úhlu, při kterém se začne těleso pohybovat, zjistíme, že se pohybuje rovnoměrně zrychleným pohybem

Statické tření je větší, než pohybové

---

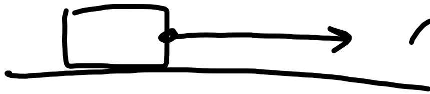
tř. ... ABS

Př: Spočtěte brzdnou sílu automobilu o hmotnosti 900 kg (na vodorovné silnici) na a) suchém asfaltu ($f = 0{,}5$) b) na náledí ($f = 0{,}1$)

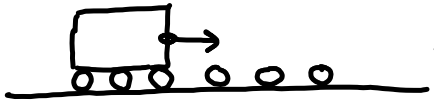
a) $F_T = f \cdot F_N = f \cdot m \cdot g \doteq 0{,}5 \cdot 900 \cdot 10 = \underline{\underline{4\,500\ N}}$

b) $\doteq 0{,}1 \cdot 900 \cdot 10 = \underline{\underline{900\ N}}$

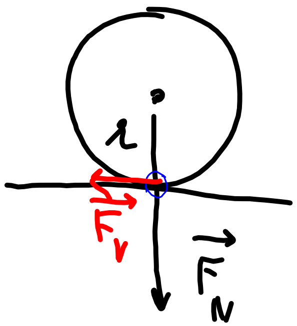
Valivý odpor



smyk



valivý pohyb klade menší odpor



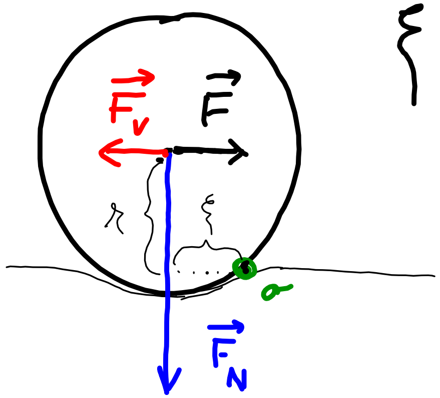
F_v ... valivý odpor

DÚ ... doplnit podle učebnice

$$F_v = \xi \frac{F_N}{r}$$

r ... poloměr kola (válec, koule)

ξ .... rameno valivého odporu („ksí")

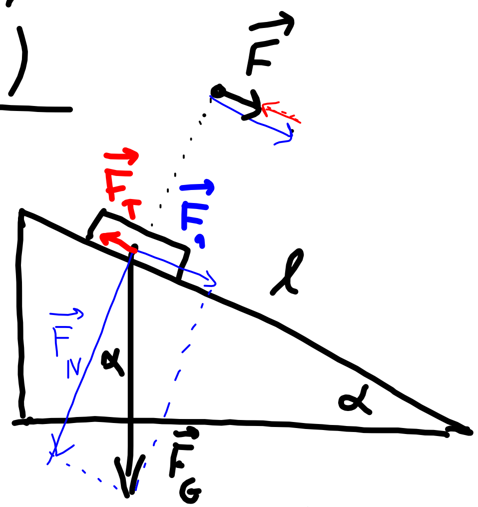


Př: $f = ?$ $\qquad m = 0{,}5\,kg$

$h = 0{,}6\,m \qquad t = 1{,}4\,s$

$l = 1{,}1\,m \quad (s = 1{,}1\,m)$

$F_T = f \cdot F_N \qquad f = \dfrac{F_T}{F_N}$



$F_N = F_G \cdot \cos\alpha = mg \cdot \cos\alpha$

F_T: $\quad F_T = F_1 - F$

$F = F_1 - F_T$;

F_1 : $\quad F_1 = F_G \cdot \sin\alpha = m g \sin\alpha$

$\sin\alpha = \dfrac{h}{l} = \dfrac{6}{11} \Rightarrow \alpha \doteq 28{,}61°$

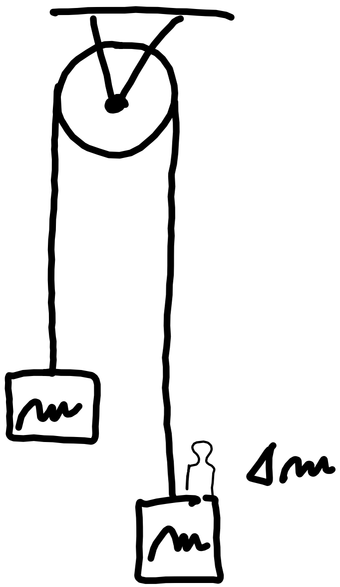
$F = m \cdot a \qquad s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \dfrac{2s}{t^2}$

$F = m \cdot \dfrac{2s}{t^2}$

$$f = \frac{F_T}{F_N} = \frac{F_1 - F}{F_N} = \frac{mg\sin\alpha - m\cdot\frac{2s}{t^2}}{mg\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{2s}{t^2 \cdot g \cdot \cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha - \frac{2s}{t^2 \cdot g\cos\alpha} =$$

$$\doteq \operatorname{tg} 28{,}61° - \frac{2 \cdot 1{,}2}{1{,}4^2 \cdot 9{,}81 \cdot \cos 28{,}61°} = ?$$

<u>Př:</u>



$m = 0{,}1\ kg$

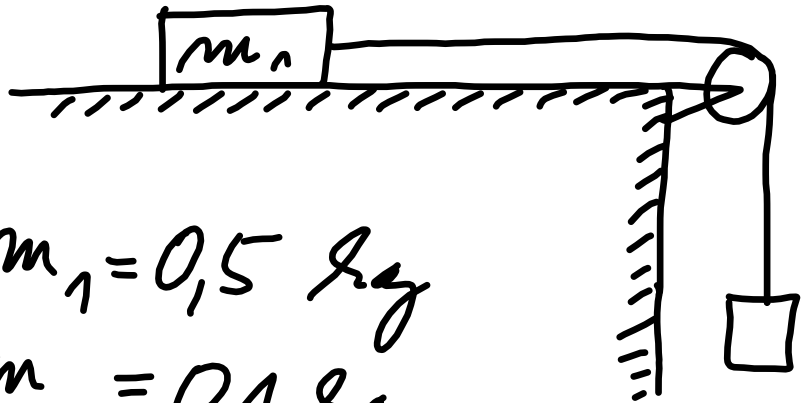
$\Delta m = 5\ g$

$(g \doteq 10\ m/s^2)$

a) spočítejte zrychlení tělísek

b) spočtěte napětí nitě

PŘ:



$m_1 = 0{,}5$ kg

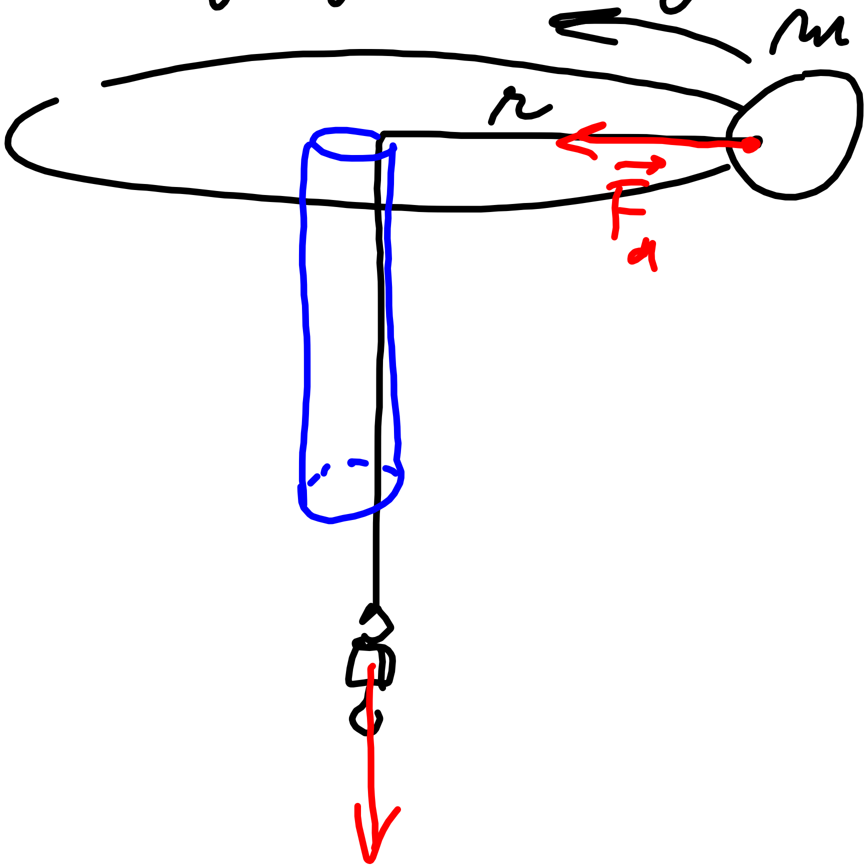
$m_2 = 0{,}1$ kg

$f = 0{,}12$

a) spočítej zrychlení kostky

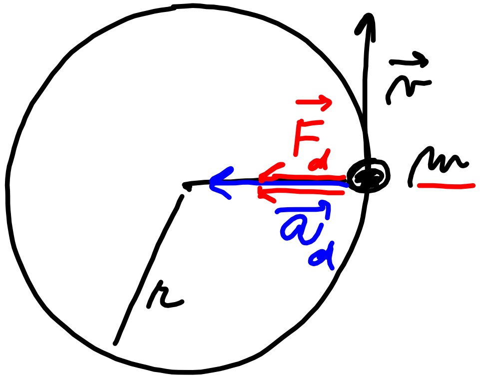
b) spočítej napětí nití

Dostředivá síla – působí kolmo na vektor okamžité rychlosti tělesa a zakřivuje jeho pohyb



F_d ... dostředivá síla

(pozn. opak. pohybu po kružnici)



dostředivá síla udílí tělesu dostředivé zrychlení

$$\boxed{\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}_d}$$

PŘ: V jedoucím autobusu držíte tašku o hmotnosti 10 kg. Jaká na ni působí dostř. síla, jestliže autobus projíždí zatáčkou o poloměru 20 m rychlostí 36 km/h.

$$a_d = \frac{v^2}{r}$$

$m = 10\ \text{kg}$
$v = 10\ \text{m/s}$
$r = 20\ \text{m}$

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r} = 1\cancel{0} \cdot \frac{10^2}{2\cancel{0}} = \underline{\underline{50\ \text{N}}}$$

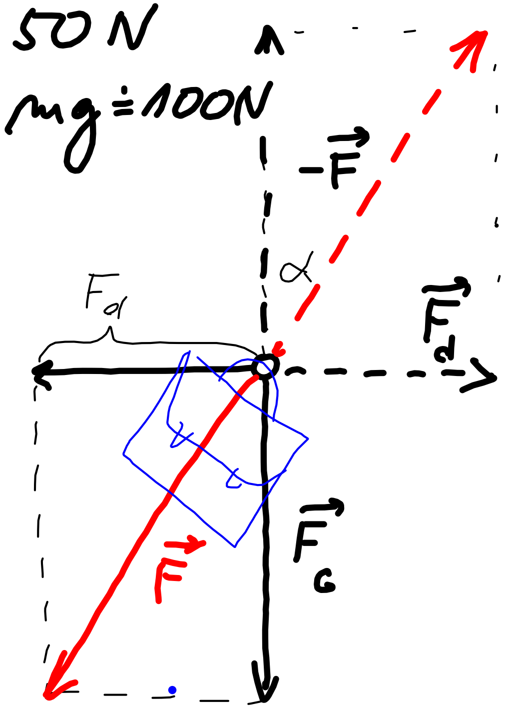
Dostředivá síla působící na tašku je 50 N.

D.Ú. Jakou výslednou silou musíte na tašku v autobuse působit?

D.Ú. Jakou výslednou silou musíte na tašku v autobuse působit?

$F_d = 50\,N$

$F_G = mg \doteq 100\,N$



$$F = \sqrt{F_d^2 + F_G^2} = \sqrt{12\,500} \doteq \underline{\underline{112\,N}}$$

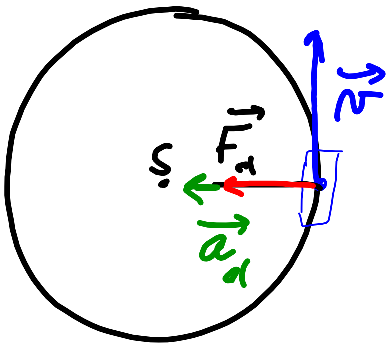
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_d}{F_G} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \doteq 26{,}6^\circ}}$$

Musíme působit silou o velikosti asi 112 N, která svírá se svislým směrem úhel 26,6°.

(pozn. čárkovaně jsou vyznačeny síly, které působí na tašku, plnými čarami síly, kterými taška působí na ruku)

Jakou hodnotu musí mít součinitel smykového tření, aby autobus při této rychlosti nedostal smyk?

Jakou hodnotu musí mít součinitel smykového tření, aby autobus při této rychlosti nedostal smyk?

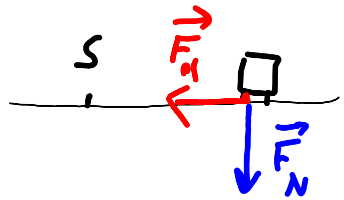


$v = 10\ m/s$ $\qquad a_d = \dfrac{v^2}{r}$

$r = 20\ m$

m ... hmotnost autobusu

dostředivou silou je třecí síla

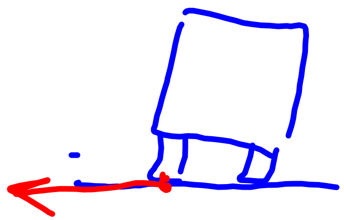


$F_d = F_T \quad ; \quad F_T = f \cdot F_N = f \cdot m \cdot g$

$\cancel{m} \cdot a_d = f \cdot \cancel{m} \cdot g$

$\dfrac{v^2}{r} = f \cdot g$

$f = \dfrac{v^2}{r \cdot g} \doteq \dfrac{10^2}{20 \cdot 10} = \dfrac{1}{2} = 0{,}5$



(přišli v případě špatné přípravy třídy -> prověrka)

21.12.16

Př: Spočtěte max. rychlost pro průjezd kruh. objezdem v O. Hrabůvce.

$r = 50\,m$

a) $f = 0{,}1$

$v_{max} = ?$

$F_d = F_T$

$\frac{v^2}{r} \doteq f \cdot g$

$v = \sqrt{r \cdot f g} = \ldots$

⋮

a) $v_{max} \doteq 7{,}07\,m/s = 25{,}45\,km/h$

b) $v_{max} = 15{,}8\,m/s = 56{,}8\,km/h \quad (f = 0{,}5)$

Inerciální vztaž. soustava je taková, ve které izolované těleso setrvá v klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém

---

Všechny inerciální vztažné soustavy jsou vůči sobě v klidu nebo pohybu rovnoměrném přímočarém.

Gal. princip relat.: Zákony mechaniky jsou stejné ve všech inerciálních vztažných soustavách.

Setrvačné síly

(fiktivní síly, které) působí v neinerciálních vztažných soustavách.

Jestliže se vztaž. soustava začne pohybovat se zrychlením $\vec{a}$, volná tělesa [illegible] se začnou pohybovat pohybovat se zrychl. $-\vec{a}$.

Začnou působit setrvačné síly

$$\vec{F}_s = -m \cdot \vec{a}$$

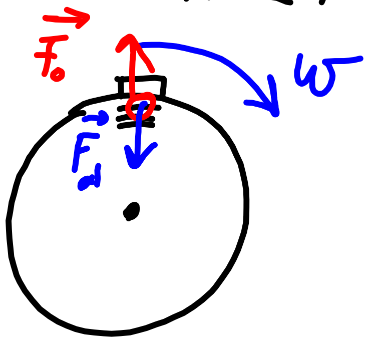
Př: $F_o = ?$

$a = 3\,m/s^2$

$m = 60\,kg$

$F_o = -m \cdot a = -60 \cdot 3 = -180\,N$

V rotujících soustavách působí odstředivá síla.



F_d ... v inerc. vzt. soust. spojené se zemí

F_o ... v neinerc. soustavě spojené s kolotočem (míč je v klidu)

Dú - souhrnné opak. 16.7.2017

Ú 3/96

$m = 5\,kg$

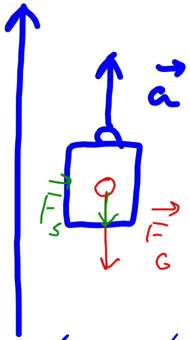
a) $a = 0$

b) $a = 2\,m/s$

c) $a = -2\,m/s$ (zbrzďování - vzhůru

F ... síla, kterou těleso působí na siloměr

$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_S$



a) $F = F_G = mg \doteq \underline{\underline{50\,N}}$

b) $F = F_G + m \cdot a \doteq 50 + 5 \cdot 2 = \underline{\underline{60\,N}}$

c) $F = F_G - ma \doteq \underline{\underline{40\,N}}$

nebo podrobněji: c) $F_G = -mg$ $(g = -10\,m/s^2)$

$a = -2\,m/s$ zrychl. soust. (dolů)

$F_S = m \cdot (-a) = 5 \cdot (-(-2)) = 10\,N$

$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_S$

$F = -mg + m \cdot (-a) = -mg - ma = -50 - 5(-2) = -50 + 10 =$

$= -40\,N$ ... na siloměr bude působit těleso silou 40N směrem dolů.

Mechanická práce

- práce je skalární fyzikální veličina

$W = F \cdot s$

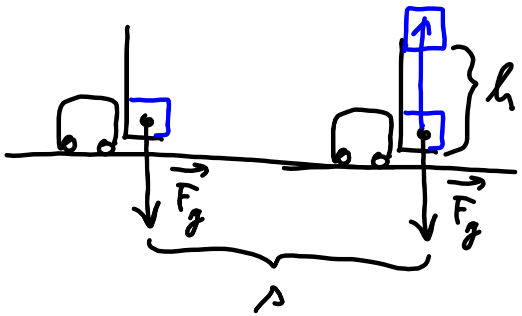
F ... síla půs. ve směru posunutí

s ... posunutí (dráha)

D.ú. opakování - práce, výkon, energie $\underline{\overline{III}}$.

viz : http://v.smid.sk/notebook/ftb_2014.pdf

Př: Jakou práci vykoná vysokozdvižný vozík, který bednu o hmotnosti 150 kg nejprve převeze po vodorovné podlaze (rovnoměrným pohybem) do vzdálenosti 5 m a pak ji zvedne do výšky 3 m. (Tření zanedbáme.)



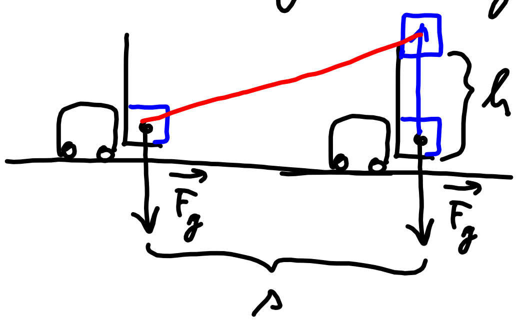
$(s = 5\,m)$

$h = 3\,m$

$m = 150\,kg$

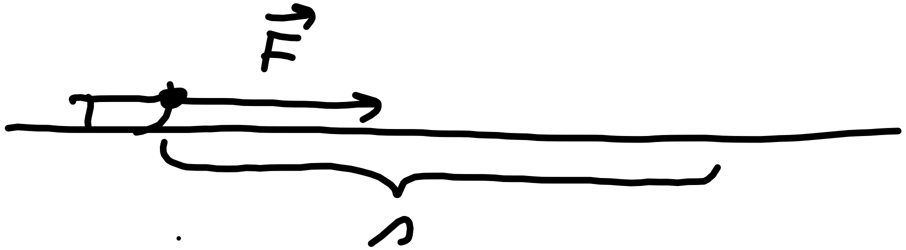
$$W = F_g \cdot h = m \cdot g \cdot h \doteq 150 \cdot 10 \cdot 3 = \underline{\underline{4\,500\,J}}$$

pozn. kdyby vozík současně přijížděl a zvedal bednu, výsledek by se nezměnil



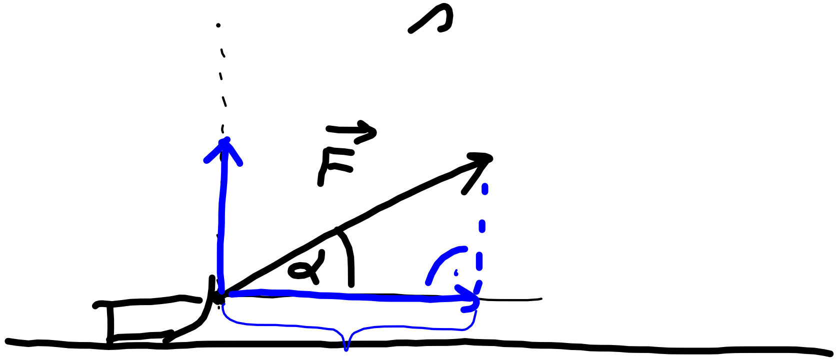
Př: práce při tažení saní:

a)



$W = F \cdot s$

b)



$F_1 = F \cdot \cos\alpha$

$W = F(\cos\alpha) \cdot s$

$\underline{W = F \cdot s \cdot \cos\alpha}$

(pozn. $\cos\alpha = \frac{F_1}{F} \Rightarrow F_1 = F \cdot \cos\alpha$)

<u>Výkon</u> ozn. P

$$P = \frac{W}{t}$$

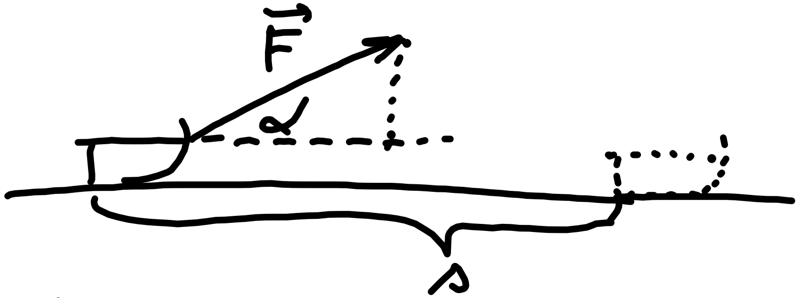
práce

doba konání práce

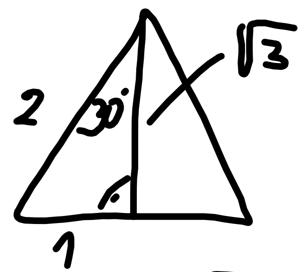
jednotka 1 W

$$1\,W = \frac{1\,J}{1\,s}$$

Př: Sáně táhneme silou 50 N po vodorovném chodníku po dráze 20 m. Síla svírá s vodorovným směrem úhel 30°. Spočítejte práci a výkon, jestliže sáně vzdálenost 20 m překonaly za 15 s.



$\alpha = 30°$
$F = 50\,N$
$s = 20\,m$
$t = 15\,s$



$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$W = F \cdot s \cdot \cos\alpha$

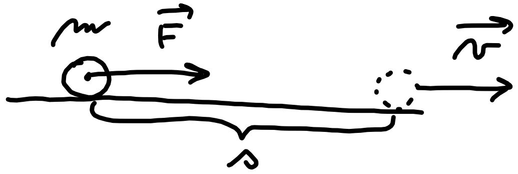
$W = 50 \cdot 20 \cdot \cos 30° = \underline{866\ J}$

$P = \frac{W}{t} = \frac{50 \cdot 20 \cdot \cos 30°}{15} = \underline{57{,}7\ W}$

Energie

ozn. E ; jedn. 1 J

Př: Jakou práci vykoná síla při rovnoměrně zrychleném pohybu?
(uvažujme těleso o hmotnosti m, které získá na dráze s rychlost v.)



prům. r. $\bar{v}$

$$W = F \cdot s = m \cdot a \cdot s = m \frac{v}{t} \cdot s = m \cdot v \cdot \frac{s}{t} =$$

$$= m \cdot v \cdot \bar{v} = m \cdot v \cdot \frac{1}{2} v = \underline{\frac{1}{2} m \cdot v^2}$$

$$\underline{W = \frac{1}{2} m v^2}$$

$$\bar{v} = \frac{1}{2} v$$

Pohybující se těleso o hmotnosti m a rychlosti v má kinetickou energii:

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} m v^2}$$

Př: O kolik se zvýší kin. energ. automobilu o hmotnosti 1200 kg, který zvýší svou rychlost o 5 km/h z rychlosti a) 0 km/h b) 50 km/h c) 130 km/h.

$m = 1200\,\mathrm{kg} \qquad \Delta v = 5\,\mathrm{km/h}$

a) $v_0 = 0$

$v = 5\,\mathrm{km/h} = 1{,}3\overline{8}\,\mathrm{m/s}$

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\cdot 1200 \cdot 1{,}3\overline{8}^2 \doteq 1157\,\mathrm{J} = \underline{1{,}2\,\mathrm{kJ}}$$

b) $v_0 = 50\,\mathrm{km/h} = 13{,}\overline{8}\,\mathrm{m/s}$

$v = 55\,\mathrm{km/h} = 15{,}\overline{27}\,\mathrm{m/s}$

$$\Delta E = E - E_0 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m \left(v^2 - v_0^2\right) = 2430$$

$$\doteq 24306\,\mathrm{J} = \underline{24{,}3\,\mathrm{kJ}}$$

c) $v_0 = 130\,\mathrm{km/h} = 36{,}\overline{1}\,\mathrm{m/s}$

$v = 135\,\mathrm{km/h} \doteq 37{,}5\,\mathrm{m/s}$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \left(v^2 - v_0^2\right) \doteq 61363\,\mathrm{J} \doteq \underline{61{,}4\,\mathrm{kJ}}$$

Mechanická energie

Všechny formy energie lze chápat jako energii kinetickou nebo potenciální.
pro celkovou energii soustavy platí

$$\underline{\underline{E = E_k + E_p}}$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad \left(E_p = W = F_G \cdot \overset{h}{\overset{\parallel}{s}} = m \cdot g \cdot h \right)$$

pozn. kvadratická rovnice

př: $x^2 + 3x + 2 = 0$

$x^2 + x + 2x + 2 = 0$

$x(x+1) + 2(x+1) = 0$

$(x+1)(x+2) = 0$

$x_1 = -1$

$x_2 = -2$

nebo

$a = 1$

$b = 3$

$c = 2$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm 1}{2} \begin{cases} -2 \\ -1 \end{cases}$

$x^2 + 10x + 16 = 0$

$(x+2)\cdot(x+8) = 0$

$$\boxed{\begin{gathered} ax^2 + bx + c = 0 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{gathered}}$$

pozn. doba volného pádu z výšky x

$s = \frac{1}{2}at^2 \quad s = h \; ; \; a = g$

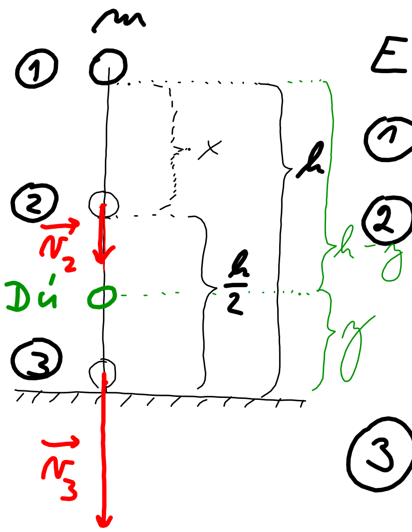
$x = \frac{1}{2}gt^2$

$2x = gt^2$

$t^2 = \frac{2x}{g} \Rightarrow \underline{t = \sqrt{\frac{2x}{g}}}$ a rychlost je $v = g \cdot t = g \cdot \sqrt{\frac{2x}{g}}$

$\underline{v^2 = 2gx}$ *

Př: Těleso padá volným pádem z výšky h. Spočítej celkovou energii v maximální, poloviční a nulové (těsně před dopadem) výšce.



$$E = E_K + E_P$$

① $E = 0 + mgh = m \cdot g \cdot h$

② $E = \frac{1}{2} m v_2^2 + mg \cdot \frac{h}{2} =$

$= \frac{1}{2} m \left(2g \cdot \frac{h}{2}\right) + mg\frac{h}{2} =$

$= \frac{mgh}{2} + \frac{mgh}{2} = mgh$

③ $E = \frac{1}{2} m v_3^2 + 0 =$

$= \frac{1}{2} m (2 \cdot g \cdot h) = mgh$

v izolované soustavě je celková mechanická energie konstantní

$$E = E_K + E_P = \text{konst.}$$

(zákon zachování energie)

DÚ - z min. příkladu: spočítej celk. energii v lib. výšce y.

ú 5/116

$m = 0{,}2\ kg$

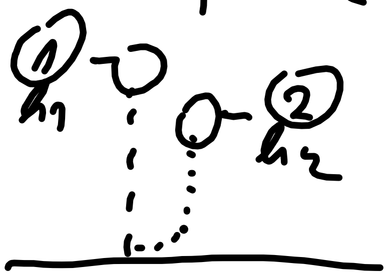
$h_1 = 3\ m$

$h_2 = 2\ m$

$\Delta E = ?$

$E_1 - E_2 = mgh_1 - mgh_2 = mg(h_1 - h_2) =$

$\doteq 0{,}2 \cdot 10 \cdot (3-2) = 2\ J$

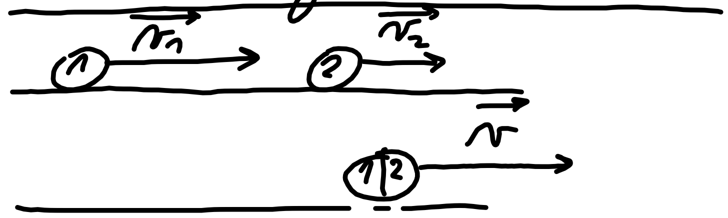


$\Delta E \doteq 2\ J$

Př: Jaká část energie se přemění nepružnou srážkou při spojení dvou kuliček? (pohybují se stejným směrem)

$m_1 = 2\,kg \quad v_1 = 5\,m/s$

$m_2 = 3\,kg \quad v_2 = 2\,m/s$



nejprve - společná rychlost

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)\cdot v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \underline{3{,}2\,m/s}$$

$$E_{k1} - E_{k2} = \underbrace{\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2}_{E_{k1}} - \underbrace{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\cdot v^2}_{E_{k2}} =$$

$$= \frac{1}{2} 2\cdot 5^2 + \frac{1}{2} 3\cdot 2^2 - \frac{1}{2} 5\cdot 3{,}2^2 =$$

$$= 25 + 6 - 25{,}6 = \underline{5{,}4\,J}$$

Výkon a účinnost

(opak.)

výkon $P = \frac{W}{t}$ — práce — vykonaná za čas t

jedn. $1\,W = \frac{1\,J}{1\,s}$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v \qquad \underline{P = F \cdot v}$$

Př: $F = ?$

$P = 50\,kW$

$v = 155\,km/h \doteq 43\,m/s$

$$F = \frac{P}{v} = \frac{50\,000}{43} \doteq \underline{1161\,N}$$

DÚ – dopočíst ΔE z min. příkladu pro případ pohybu kuličky proti síle

+ vyřešit: Jaká je síla motoru (odpor při max. rychlosti), který má výkon 50 kW a max. rychlost 155 km/h?

W .... práce (strojem) vykonaná (užitečná)

W_0 ... práce (stroji) dodaná

$P = \frac{W}{t}$ ... výkon („vydávaný" výkon)

$P_0 = \frac{W_0}{t}$ ... příkon (strojem „přijímaný" výkon)

účinnost $\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{W}{W_0}$

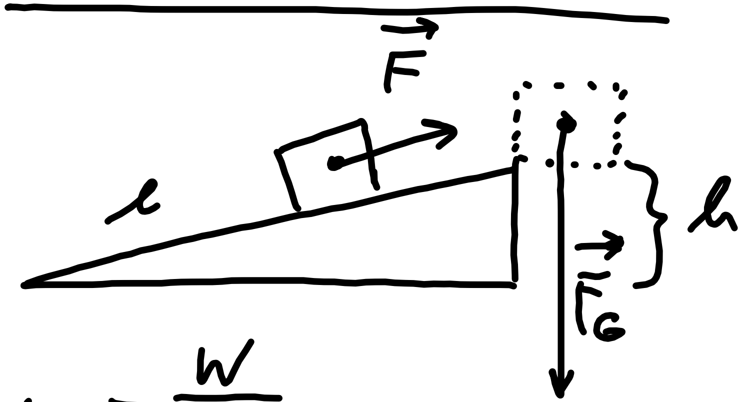
PF: $\eta = ?$ (bedna se pohybuje s třením)

$l = 2\,m$

$h = 0{,}5\,m$

$m = 50\,kg$

$F = 150\,N$

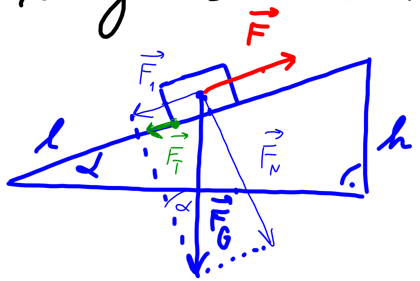


$F_G = mg \quad (g \doteq 10\,m/s^2)$

$$\eta = \frac{W}{W_0}$$

$$\eta = \frac{mg \cdot h}{F \cdot l} \doteq \frac{50 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{150 \cdot 2} = 0{,}83 = \underline{83\,\%}$$

Dú Jaká je účinnost nakl. roviny, která svírá s vodorovným směrem úhel $\alpha = 25°$ a mezi rovinou a bednou, kterou po ní tlačíme, je součinitel smykového tření $f = 0{,}2$.



$f = 0{,}2$
$\alpha = 25°$

$$\eta = \frac{F_G \cdot h}{F \cdot l} \qquad \frac{h}{l} = \sin\alpha$$

$$F = F_1 + F_T = F_G \cdot \sin\alpha + f \cdot F_G \cos\alpha$$

$$F_1 = F_G \cdot \sin\alpha$$

$$F_T = f \cdot F_N \qquad F_N = F_G \cdot \cos\alpha$$

$$F_T = f \cdot F_G \cdot \cos\alpha$$

$$\eta = \frac{F_G}{F_G \cdot \sin\alpha + f \cdot F_G \cdot \cos\alpha} \cdot \sin\alpha = \frac{\cancel{F_G} \cdot \sin\alpha}{\cancel{F_G} \cdot (\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha)} =$$

$$= \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha + f \cdot \cos\alpha} = \frac{\sin 25°}{\sin 25° + 0{,}2 \cdot \cos 25°} \doteq 0{,}6998 \doteq 70\,\%$$

Účinnost nakloněné roviny je přibližně ~~43 %~~ 70 %.

Př.: Spočtěte účinnost automobilu (o výkonu 48 kW), je-li spotřeba při max. rychlosti 155 km/h 11 l/100 km a výhřevnost benzínu je 43 MJ/kg. (hustota benzínu je 750 kg/m^3)

$P = 48\ kW = 4{,}8 \cdot 10^4\ W$

$H = 43\ MJ/kg = 4{,}3 \cdot 10^7\ J/kg$

$\rho = 750\ kg/m^3$

$sp = 11\ l/100\ km$

m ... hmotnost benzínu spotřebovaného za 1 s.

Př.: Spočtěte účinnost automobilu (o výkonu 48 kW), je-li spotřeba při max. rychlosti 155 km/h 11 l/100 km a výhřevnost benzínu je 43 MJ/kg. (hustota benzínu je 750 kg/m^3)

$v = 155\ km/h = 43{,}0\overline{5}\ m/s$

$P = 48\ kW = 4{,}8 \cdot 10^4\ W$

$H = 43\ MJ/kg = 4{,}3 \cdot 10^7\ J/kg$

$\rho = 750\ kg/m^3$

$sp = 11\ l/100\ km = 0{,}011\ m^3/100\ km$

m ... hmotnost benzínu spotřebovaného za 1 s.

m_{100} ... — " — na 100 km

$m_{100} = sp \cdot \rho$

100 km urazí za čas $t = \frac{s}{v} = \frac{100\,000}{v}$

$m = \frac{m_{100}}{t} = \frac{sp \cdot \rho \cdot v}{100\,000}$

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{P}{Q_0} = \frac{P}{m \cdot H} = \frac{P \cdot 100\,000}{sp \cdot \rho \cdot v \cdot H} = \frac{4{,}8 \cdot 10^4 \cdot 10^5}{0{,}011 \cdot 750 \cdot 43{,}0\overline{5} \cdot 4{,}3 \cdot 1}$$

teplo, které se hořením uvolní za 1 s

$\eta \doteq 0{,}00314 \cdot 10^2 = 0{,}314 \doteq 31\,\%$

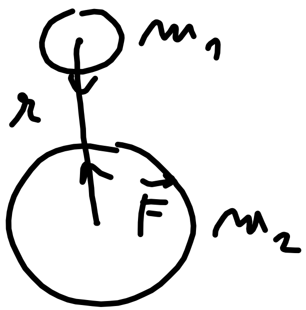
Účinnost popisovaného automobilu je (při maximálním výkonu) asi 31 %.

(tabulkové hodnoty pro zážehový motor uvádí účinnost kolem 25 %, pro přeplňované motory - turbo - 35 %)

Statická silová pole – gravitační p.

- v opak. gravitační silou na sebe působí všechna hmotná tělesa, grav. síla je přitažlivá.

Newtonův gravitační zákon



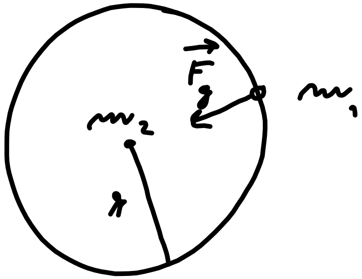
$$F = \varkappa \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$\varkappa \doteq 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$$

DÚ – spočtěte přitažlivou sílu mezi dvěma spolužáky (s hmotnostmi 55 kg), kteří jsou od sebe vzdáleni 0,75 m. (Předp. vzdálenost jejich těžišť.)

PF: V jaké výšce nad povrchem Země se bude pohybovat geostacionární družice?

$m_Z = 5{,}98\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$



$f = \dfrac{1}{24\cdot 3600}\ \mathrm{Hz}$

$F_d = F_g$ (dostředivou silou bude gravitační síla)

$\cancel{m_1}\omega^2 r = \varkappa \dfrac{\cancel{m_1} m_Z}{r^2}$

$r^3 = \dfrac{\varkappa m_Z}{4\pi^2 f^2} = \dfrac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}98\cdot 10^{24}\cdot (24\cdot 3600)^2}{4\cdot \pi^2} =$

$\doteq 7{,}5421431\cdot 10^{22}$

$r \doteq \sqrt[3]{7{,}54\cdot 10^{22}} \doteq 42\,250\,474\ \mathrm{m} \doteq 42\,250\ \mathrm{km}$

$h = r - R = 35\,872\ \mathrm{km} \doteq 36\,000\ \mathrm{km}$ (nad Zemí)

Tíha, tíhová síla, gravitační síla

$a_g \doteq g \doteq 10\,m/s^2$ - přibližně a zjednodušeně

F_g ... gravitační síla (viz všeob. grav. zákon)

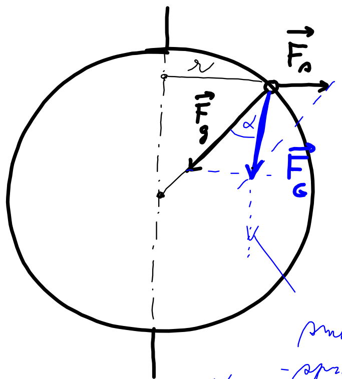
F_G ... tíhová síla (přitažlivá síla, která působí na tělesa nad povrchem země)

G ... tíha (síla, kterou těleso působí na povrch země nebo na závěs, na kterém visí)

Tíhová síla je ovlivněna rotací Země

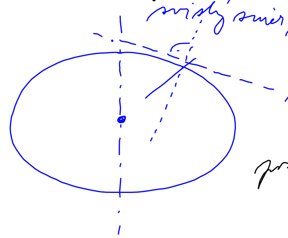
$$\vec{F}_G = \vec{F}_g + \vec{F}_s$$

F_s ... setrvačná síla - odstředivá síla při rotaci Země



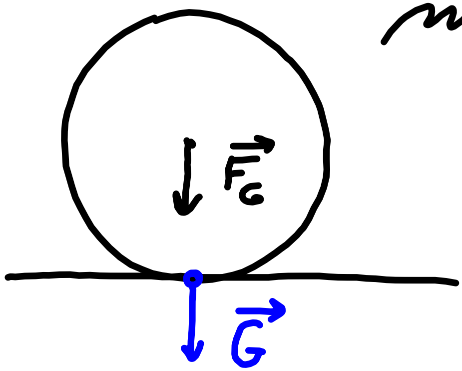
nepov. DÚ spočítat
a) α v našich podm.
b) $F_g - F_G$

DÚ - příklady Coriolisovy síly

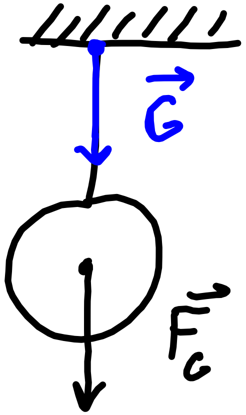


pozn.: pro malé úhly v radiánech platí $\sin\alpha \doteq \alpha$

míč na podlaze



- na míč působí v těžišti Země tíhovou silou $\vec{F}_G$
- míč na na povrch Země působí tíhou $\vec{G}$

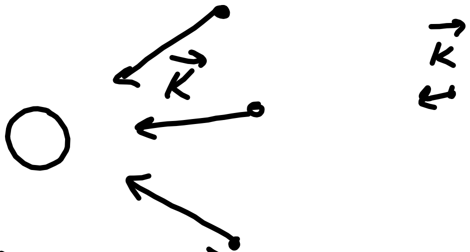


pro $G = 0$ ... stav bez tíže

Intenzita gravitačního pole

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}}{m}$$

centrální pole



$\vec{F} = m \cdot \vec{K}$ ... $\vec{K}$ má význam zrychlení

$$F = \varkappa \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \rightarrow a$$

$$a_g = \varkappa \frac{M}{r^2}$$

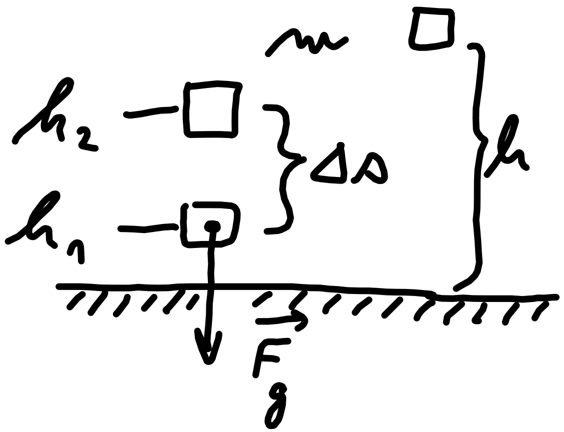
$a_g > g$ $\left(\doteq 10\, m/s^2\right)$

Homogenní gravit. pole

$\vec{K} \downarrow \downarrow \downarrow$

ve všech místech má stejnou int. ($\vec{K}$ – směr, velikost)

Práce v homogenním gravit. poli



$E_p = 0$

$$W = F_g \cdot \Delta s = F_g \cdot (h_2 - h_1)$$

$$E_p = F_g \cdot h$$

$$E_p = m \cdot K \cdot h$$

$$(E_p = mgh)$$

Pohyby těles v gravitačním poli

– homogenním

Vrhy – složené pohyby

- rovnoměrný přímočarý $v = v_0$, $s = v_0 \cdot t$
- rovnoměrně zrychlený (přím.) $v = v_0 + a \cdot t$, $s = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + s_0$

(Volný pád.. viz dříve)

Př. Jak hluboká je studna, když kámen do ní padá 5 s?

$t = 5\,s$

$$s = \frac{1}{2} g t^2 \doteq \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 25 = \underline{\underline{125\,m}}$$

<u>Př.</u> Jakou rychlost získá kámen při volném pádu za 3 s?

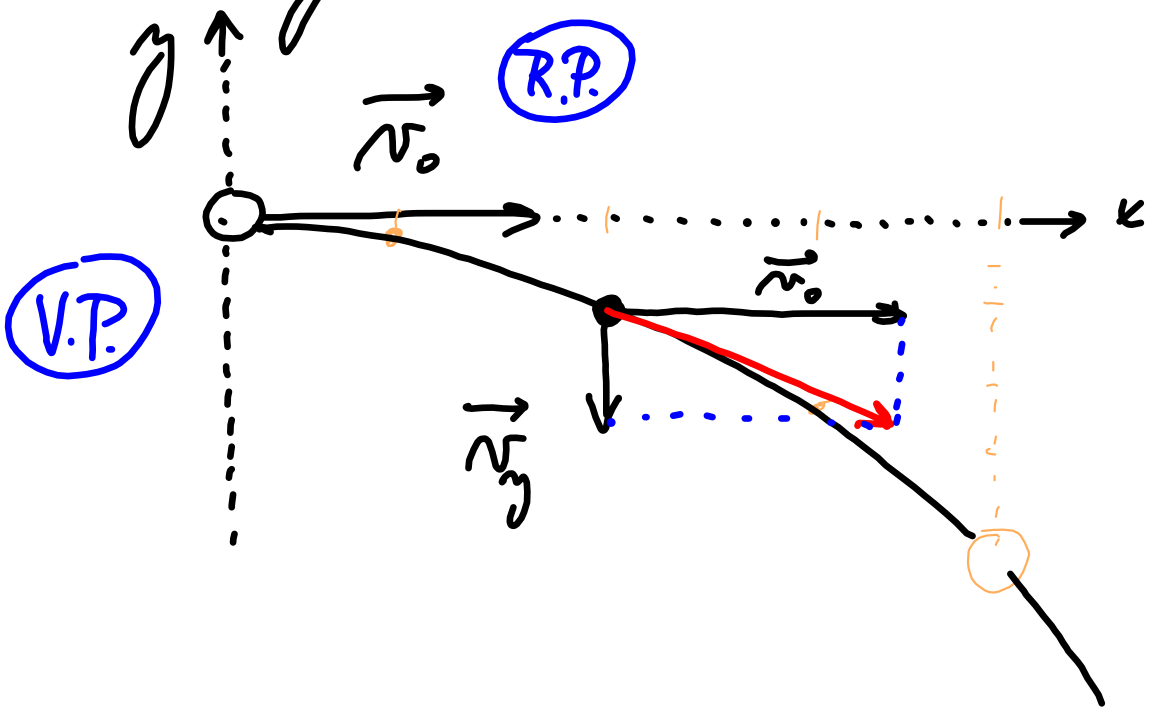
$v = g \cdot t$ $\quad g \doteq 10\,m/s^2$

$t = 3\,s$

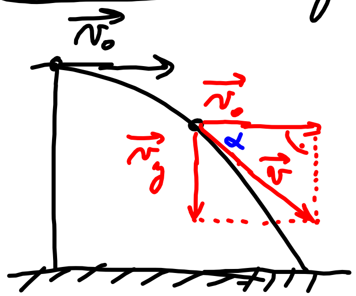
$$\underline{\underline{v \doteq 10 \cdot 3 = 30\,m/s}}$$

DÚ... opak. volný pád

Vodorovný vrh



Př: Šíp byl vystřelen ve vodorovném směru rychlostí 35 m/s (z vysoké věže). Určete jeho polohu a rychlost 2 s po výstřelu.



$v_0 = 35\,m/s$

$t = 2\,s$

$v_y = g \cdot t \doteq 20\,m/s$

$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{35^2 + 20^2} = \sqrt{1225 + 400} = \sqrt{1625} \doteq \underline{40{,}3\,m/s}$

$\alpha = ?$ $\quad tg\,\alpha = \frac{v_y}{v_0} = \frac{20}{35} \doteq 0{,}5714$

$\alpha \doteq 29{,}74° \doteq \underline{29° 45'}$

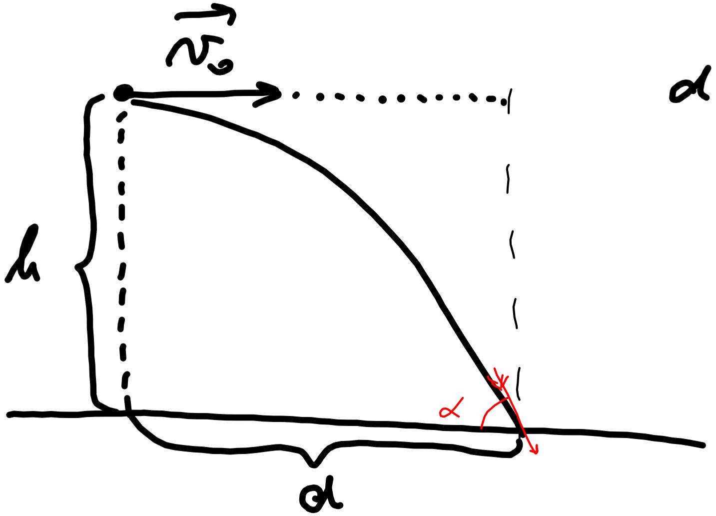
x a y v čase 2 s

$x = v_0 t = 35 \cdot 2 = \underline{70\,m}$

$y = \frac{1}{2} g t^2 \doteq \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = \underline{20\,m}$

Šíp bude za 2 s ve vzdálenosti 70 m od věže, 20 m pod úrovní místa výstřelu, rychlost bude přibližně 40,3 m/s a bude svírat s vodorovným směrem hloubkový úhel přibližně 29° 45'.

Do jaké vzdálenosti šíp (z min. úlohy) doletí, jestliže věž bude mít výšku 40 m? (... šíp byl vystřelen ve výšce 40 m nad okolním terénem.)



$d = v_0 \cdot t$ t ... doba pohybu

- doba volného pádu z výšky h

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$
$$2h = g t^2$$
$$t^2 = \frac{2h}{g}$$
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

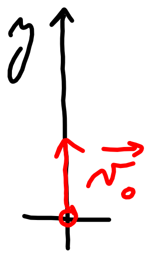
$h = 40\,m$

$v_0 = 35\,m/s$

$(g \doteq 10\,m/s^2)$

$$d = v_0 \cdot t = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 35 \cdot \sqrt{\frac{80}{10}} = 35 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \doteq 99\,m$$

Vrh svislý jako složený z rovnom. přímočarého pohybu ve směru svislém (vzhůru) a volného pádu.



(výška) $y = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

(v_y =) $v = v_0 - gt$

Př. Spočtěte výšku a rychlost svislého vrhu v čase 0,5 s a 1,4 s, je-li poč. rychlost 10 m/s.

$v_0 = 10$ m/s, $t_1 = 0{,}5$ s; $t_2 = 1{,}4$ s.

$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

$t_1 = 0{,}5$ s: $y \doteq 10 \cdot 0{,}5 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0{,}5^2 =$

$= 5 - 1{,}25 = \underline{3{,}75 \text{ m}}$

$v = v_0 - gt \doteq 10 - 10 \cdot 0{,}5 = 5$ m/s

$t_2 = 1{,}4$ s: $y \doteq 10 \cdot 1{,}4 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1{,}4^2 = 14 - 5 \cdot 1{,}96 =$

$= 4{,}2$ m

$v \doteq 10 - 10 \cdot 1{,}4 = \underline{\underline{-4 \text{ m/s}}}$

(směr dolů)

do jaké výšky šíp vyletí?

$v_0 = 10\,m/s$

$h_{max} \ldots v = 0$

$v = v_0 - gt$

$0 = v_0 - gt$

$0 = 10 - 10 \cdot t$

$10 \cdot t = 10$

$\underline{t = 1\,s}$

$(h=)\,y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

$h_{max} = 10 \cdot 1 - \frac{1}{2} 10 \cdot 1^2 = 10 - 5 = \underline{\underline{5\,m}}$

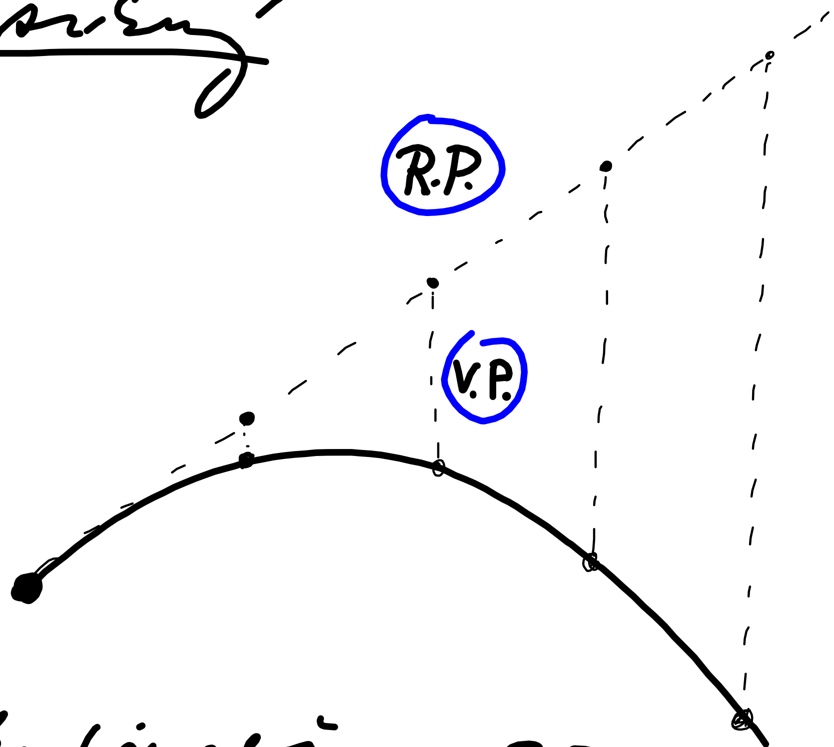
$E_{km} = E_{pm}$

$\frac{1}{2} m v_0^2 = mgh$

$h = \frac{m v_0^2}{2 \cdot mg} = \frac{v_0^2}{2g}$

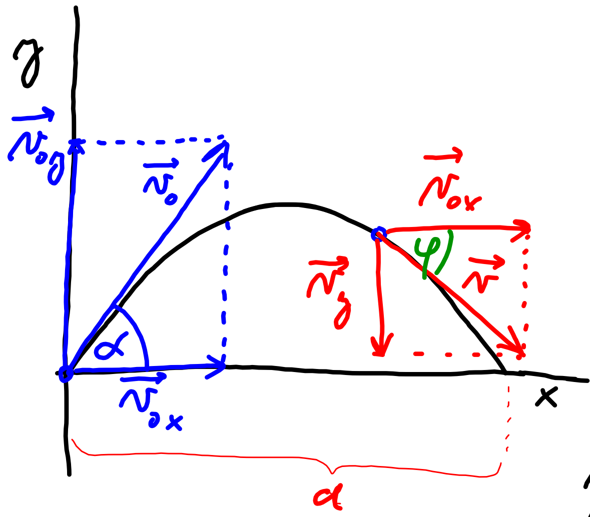
$h = \frac{100}{2 \cdot 10} = \underline{\underline{5\,m}}$

Vrh šikmý



Vrh šikmý je složen z R.P. a V.P.

Trajektorie je parabola



$v_0\ ;\ \alpha$

$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$

$v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$

$[x, y]$ v čase t

$x = v_{0x} \cdot t$

$y = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

rychlost v čase t

$$v = \sqrt{v_{0x}^2 + v_y^2}$$

$$\frac{v_y}{v_{0x}} = \operatorname{tg}\varphi$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

d ... délka šikmého vrhu

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \left(d = \frac{2 v_0^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g} \right)$$

$$\Downarrow$$

maximální délka vrhu je (při dané rychlosti) při elevačním úhlu $\underline{\underline{\alpha = 45^\circ}}$

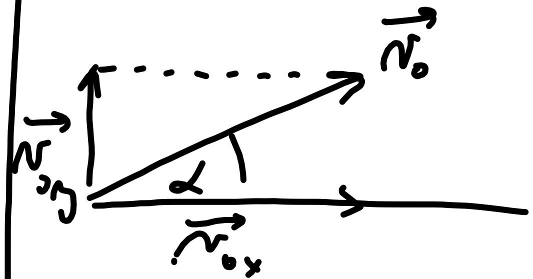
ú 5/136
6/146

$v = ?$

$\alpha = 15^\circ$

$d = 20\ m$

1) - odvozením



nebo

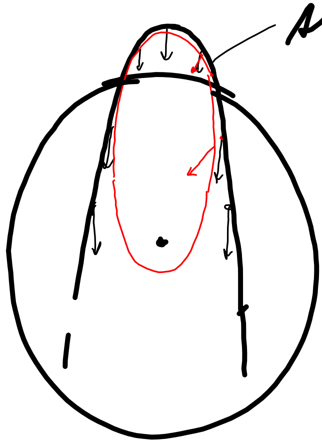
2)

$$d = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$v^2 = \frac{d \cdot g}{\sin 2\alpha}$$

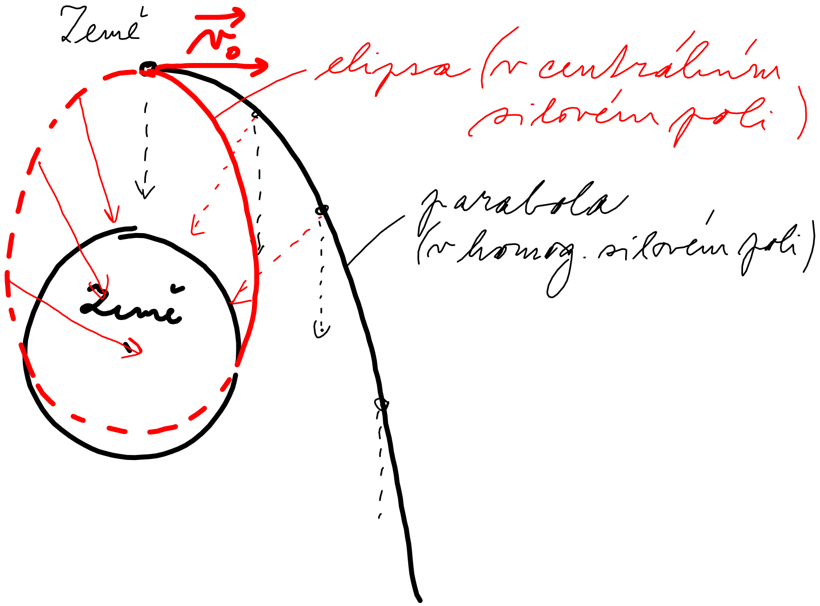
$$v = \sqrt{\frac{dg}{\sin 2\alpha}} \doteq \sqrt{\frac{20 \cdot 10}{\sin 30^\circ}} = \sqrt{\frac{200}{0{,}5}} = \sqrt{400} = 20\ m/s$$

Pohyby těles v centrálním silovém poli
(radiální pole)

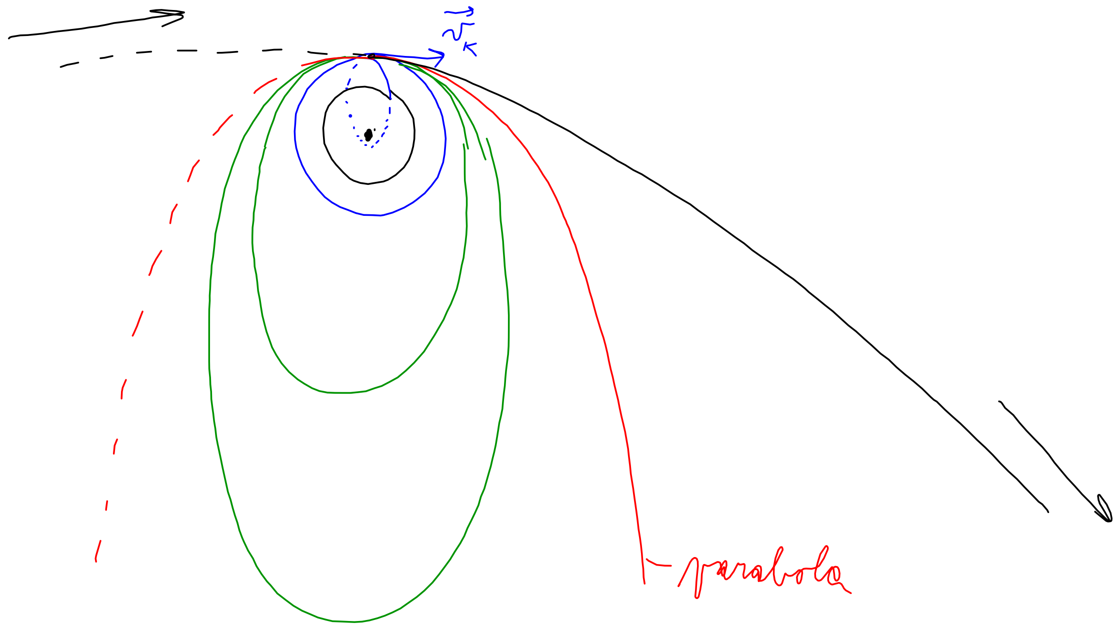


trajektorie šikmého vrhu – parabola
– v homog. tíhovém poli

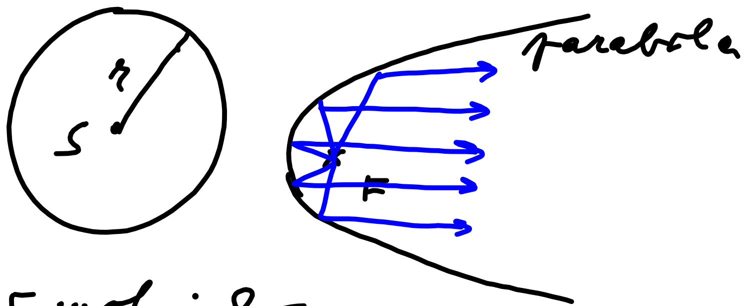
V centrálním silovém poli bude trajektorií křivka, která vznikne „zakřivením" paraboly – elipsa



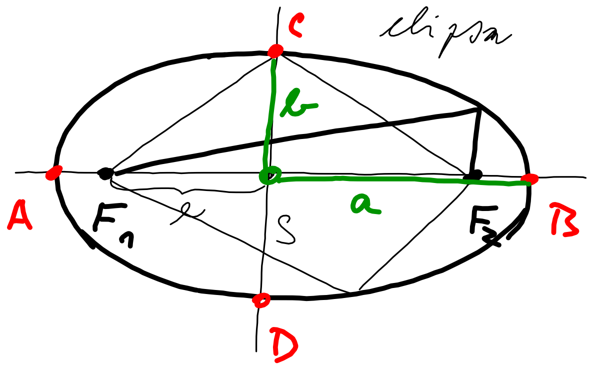
V centrálním sil. poli se těleso (vypuštěné vodorovným vrhem) bude pohybovat po elipse (může půjít i v kružnici, při dalším zvyšování počáteční rychlosti půjde znovu v elipsu - více a více protaženou a nakonec může půjít znovu v parabolu a hyperbolu).

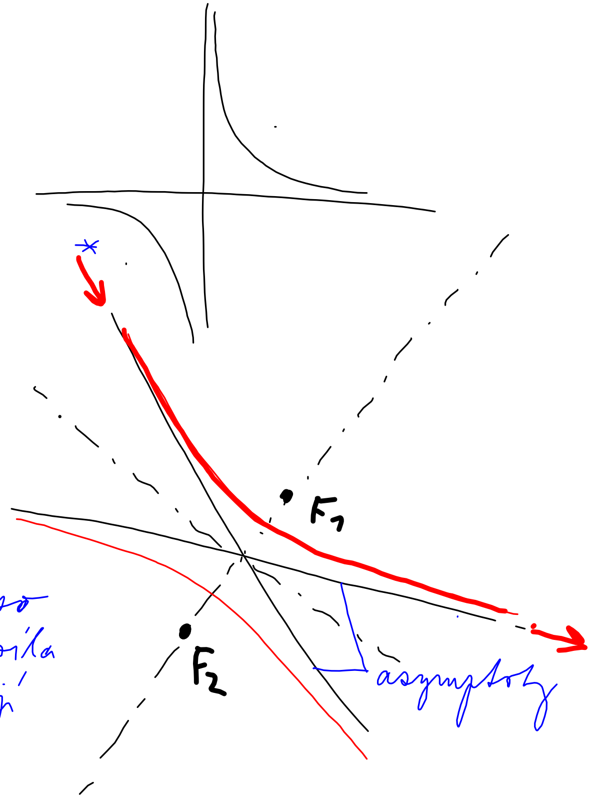


pozn. kuželosečky



F ... ohnisko





* blíží-li se k Zemi kosmické těleso (ve směru červené šipky), gravitační síla změní jeho směr – asymptoty určují jeho původní a výsledný směr.

(Kuželosečky jsou křivky, které vznikají jako průsečnice roviny s kuželovou plochou.)

1. kosmická rychlost

- kruhová rychlost těsně nad povrchem Země

$$F_d = F_g$$

$$\vdots$$

$$v_k = \sqrt{\frac{\varkappa \cdot M}{R_Z + h}}$$

pro $h = 0$

$R_Z = 6{,}37 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$

$M_Z = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$

$v_K \doteq 7{,}9\ \mathrm{km/s}$

2. kosmická rychlost – parabolická

- úniková rychlost

platí: $v_p = \sqrt{2} \cdot v_K$

$v_p \doteq 11{,}2\ \mathrm{km/s}$

3. kosmická rychlost – úniková rychlost z grav. pole Slunce (ve vzdál. Země)

$v_{TS} \doteq 42{,}1\ \mathrm{km/s}$

$\vdots$

https://cs.wikipedia.org/wiki/Kosmick%C3%A1_rychlost

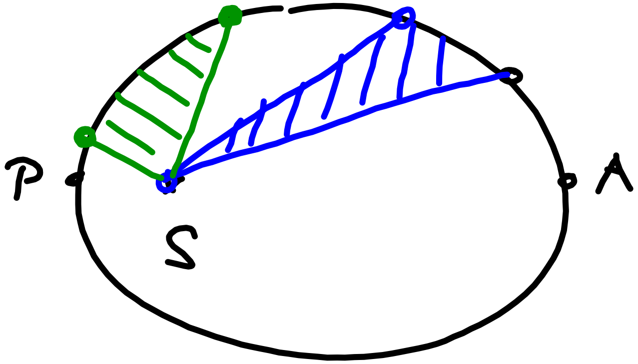
Keplerovy zákony

(pozn. geocentrický a heliocentrický sv. názor)

I. K. Z.

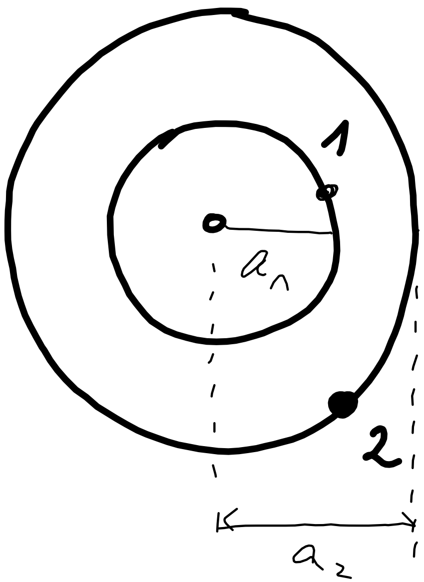
Planety ....

II. K. Z. Plocha opsaná ...



25/4 | 17

III. Keplerův zákon



T_1 ... oběžná doba 1. planety

T_2 ... — " — 2. planety

$$\boxed{\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}}$$

($\frac{r^3}{T^2}$ = konst pro Sluneční soustavu ... $3{,}36 \cdot 10^{18}\ m^3/s^2$)

Př: Oběžná doba Jupitera je $T_1 = 12$ roků. Spočítejte jeho (střední) vzdálenost od Slunce. (Jako srovnávací planetu použijte Zem)

pozn. $1\,AU \doteq 150\,000\,000\,km$

$1{,}5 \cdot 10^{11}\,m$

$T_1 = 12$ roků

$T_2 = 1$ rok

$a_1 = ?$

$a_2 = 1\,AU$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$12^2 = a_1^3$$

$$a_1 = \sqrt[3]{144} \doteq \underline{\underline{5{,}24\,AU}}$$

Sluneční soustava (pokr.)

Slunce $M = 2 \cdot 10^{30}\,kg$

$d = 109 \cdot d_Z$

$T = 15 \cdot 10^{6}\,K$ (povrch. 6000 K)

- planety M V Z M J S U N
- trpasličí planety (Pluto a jemu podobné obj.)
- planetky (d ... m ~ km - mezi M a J)
- měsíce - přirozené družice planet
- komety
- meteoroidy

Mechanika tuhého tělesa

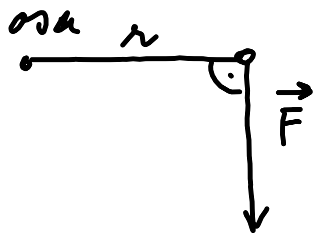
Tuhé těleso - nemění tvar ani objem
(model reál. tělesa)
- změnu pohybu mohou způsobit jen vnější síly

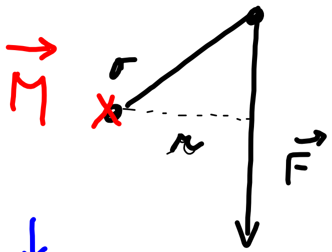
moment síly – otáčivý účinek síly

ozn. M, jedn. Nm

$$M = F \cdot r$$

r ... rameno síly
- vzdálenost vektorové přímky síly od osy otáčení



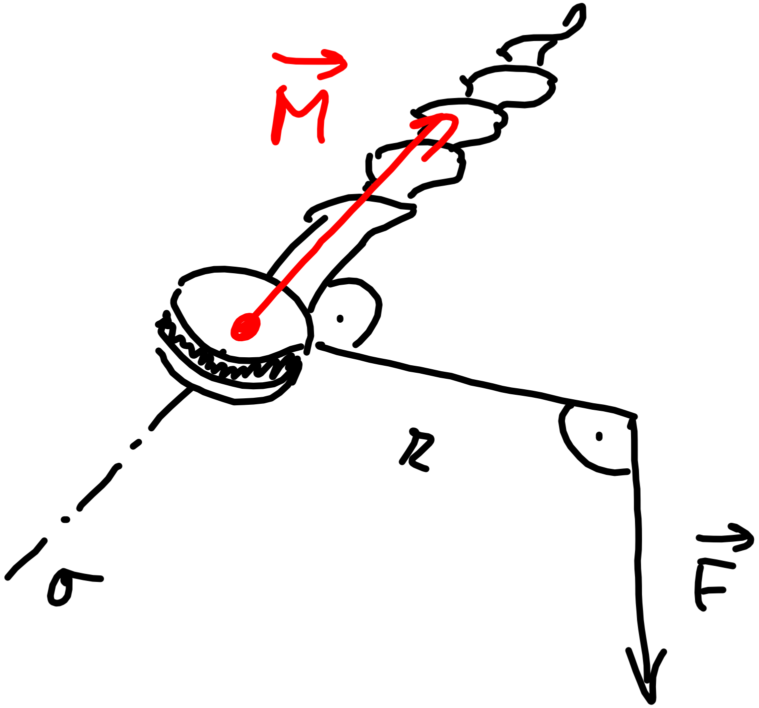


1015 – samostatná práce – moment síly jako vektor + momentová věta (– rč. sil).

pozn.

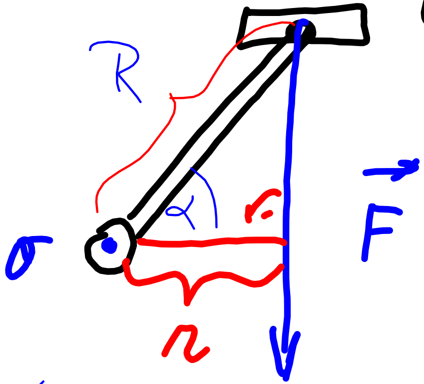
× $\vec{M}$ vektor vstupující kolmo do nákresny

⊙ $\vec{M}$ – " – vystupující – " – z – " –



$M = F \cdot r$

r ... vzdálenost vektorové přímky síly od osy otáčení.



$M = F \cdot r$

$(r = R \cdot \cos \alpha)$

<u>Rovnováha sil</u> - momentů sil

platí momentová věta:

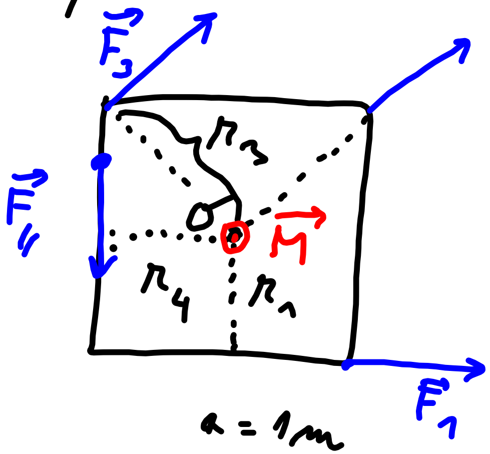
Otáč. účinek sil ....

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots + \vec{M}_n = \vec{O}$$

pozn. $\vec{O}$ ... nulový vektor

DÚ - úlohy podle učeb.

ú 4/152



$|\vec{F}| = 20\,N$

$r_1 = \frac{a}{2} = 0{,}5\,m$

a) $M_1 = F_1 \cdot r_1 = 20 \cdot 0{,}5 = 10\,Nm$

$M_2 = F_2 \cdot 0 = 0\,Nm$

$M_3 = F_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{20 \cdot \sqrt{2}}{2} = 14{,}1\,Nm$

$M_4 = F_4 \cdot r_4 = 20 \cdot 0{,}5 = 10\,Nm$

b) $\vec{M} = \vec{M_1} + \vec{M_2} + \vec{M_3} + \vec{M_4}$

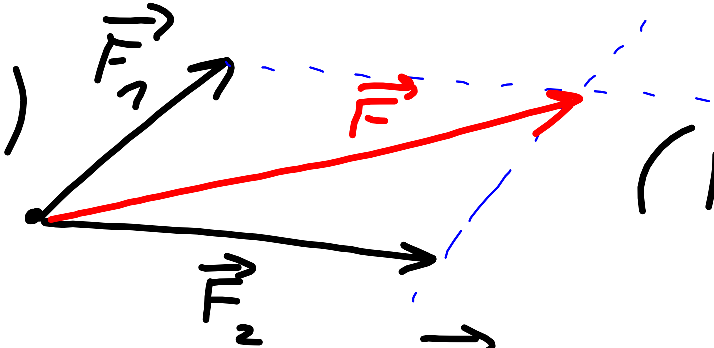
$\vec{M_2} = \vec{0}$ nulový vektor

$|M| = |-10 - 0 + 14{,}1 - 10| = |-5{,}9| = 5{,}9\,Nm$

Výsledný moment má velikost přibližně 5,9 Nm a vystupuje z nákresny.

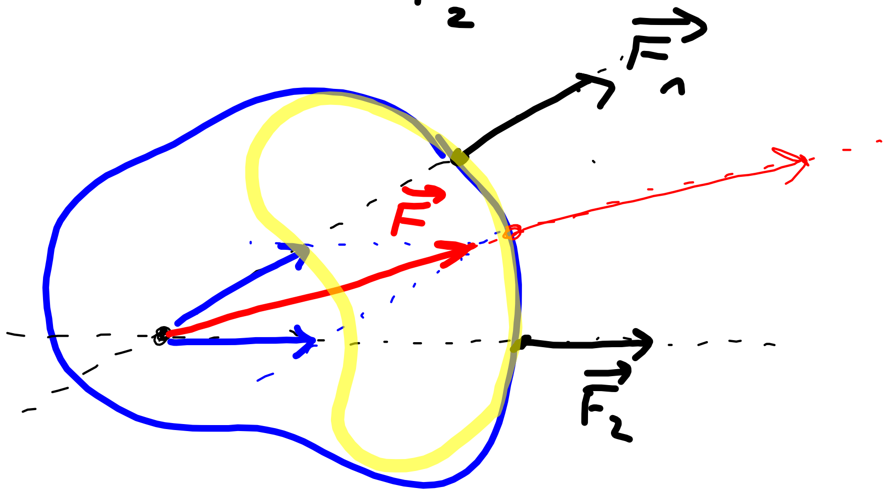
Skládání sil

opak. (různob.)



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$(F \leq F_1 + F_2)$$



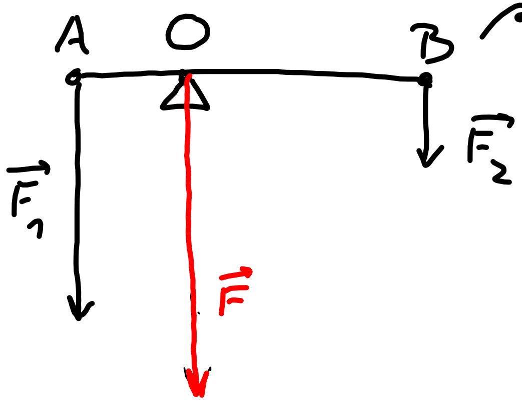
Skládání rovnoběžných sil

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

O ... působiště výsledné síly – v místě „podpory"

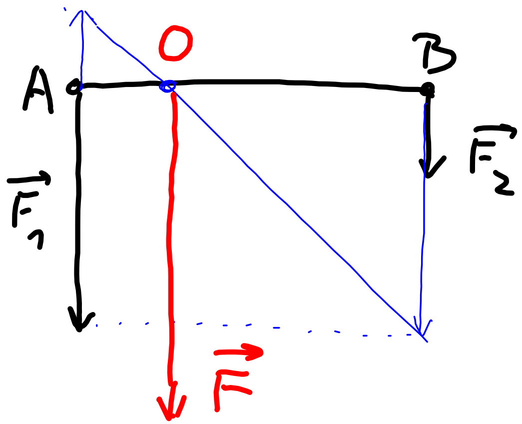
– platí momentová věta ($F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2$)

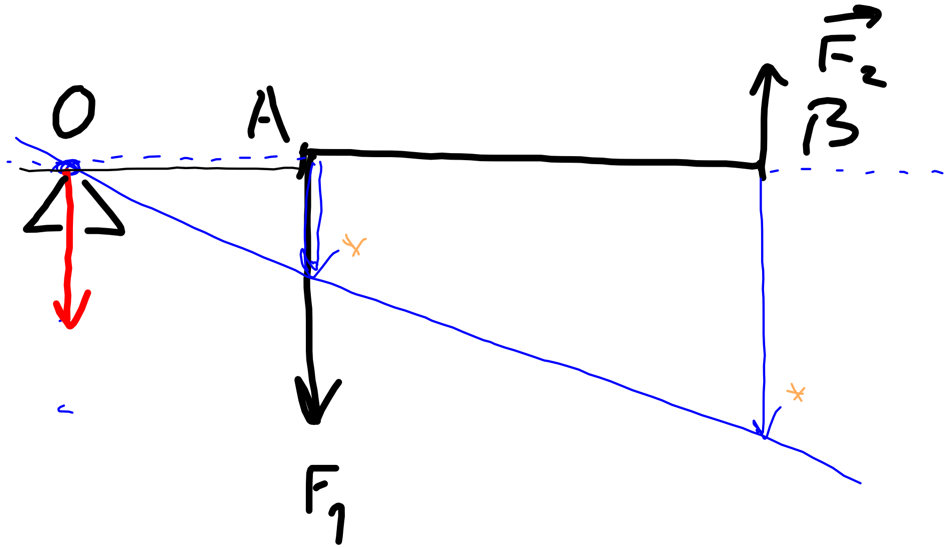
$$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{F_2}{F_1} \qquad (F_1|OA| = F_2|OB|)$$



graficky

... později ...

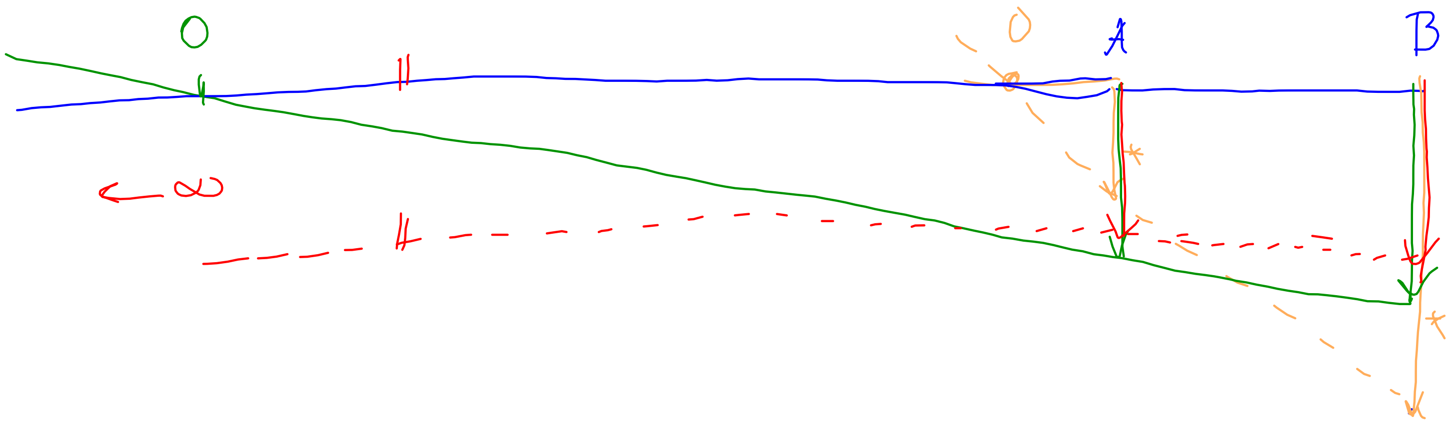




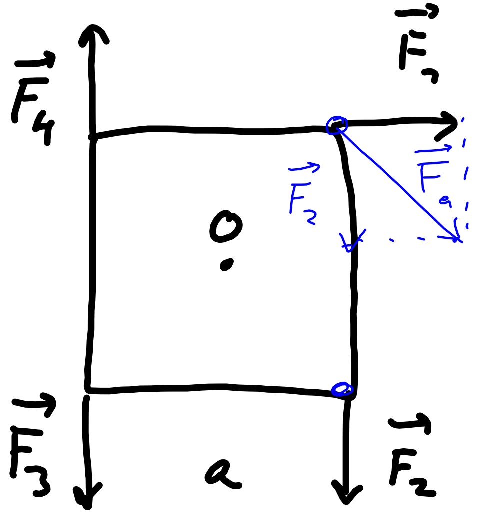
DÚ - úlohy podle mě.

17.5. ↓ $\vec{17}$

pozn. k dvojici sil - viz níže



ú 2/157



$a = 2\,m \qquad F_1 = F_2 = \ldots = 10\,N$

a) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \underline{\sqrt{2} \cdot 10\ N}$

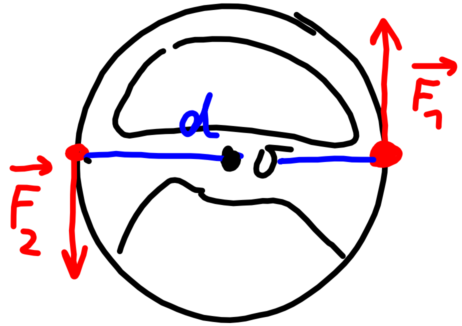
b) $|\vec{F}_2 + \vec{F}_3| = F_2 + F_3 = \underline{20\ N}$

c) $|\vec{F}_3 + \vec{F}_4| = 0\ N$

d) $|\underbrace{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}_{a)} + \underbrace{\vec{F}_3 + \vec{F}_4}_{0N}| = \underline{10 \cdot \sqrt{2}\ N}$

Dvojice sil - dvě stejně velké opačně orientované síly, které nepůsobí v jedné přímce.

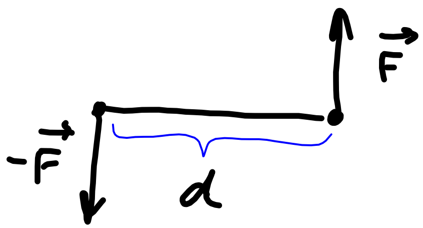
dvojice sil má na těleso (pouze) otáčivý účinek - nezávisí na ose otáčení



$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$

$F_1 = F_2 = F$

moment dvojice sil $\boxed{M = F \cdot d}$



PF: (ú 3/159)

$F_1 = 40\,N$

$d_1 = 30\,cm$

$M = 40 \cdot 30$

$M = 1200\,N \cdot m$

$F_2 = ?$

$d_2 = 20\,cm$

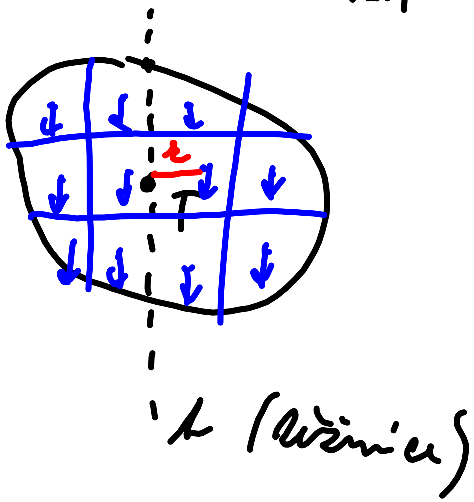
$1200 = F_2 \cdot 20 \quad / : 20$

$\underline{\underline{F_2 = 60\,N}}$

Těžiště (opak.)

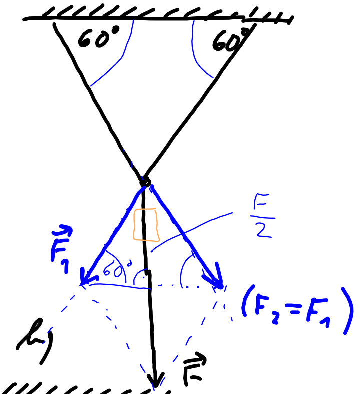
- je působiště tíhové síly tělesa
- těžnice (viz hledání těžiště)

... těleso zavěšené nad těžištěm je v rovnováze ($\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \vec{0}$)



Těžiště je bod, vzhledem k němuž je součet momentů všech tíhových sil (působících na těleso) nulový.

4.1/062 a) $(m = 100\ g)$ $m = 0{,}1\ kg$



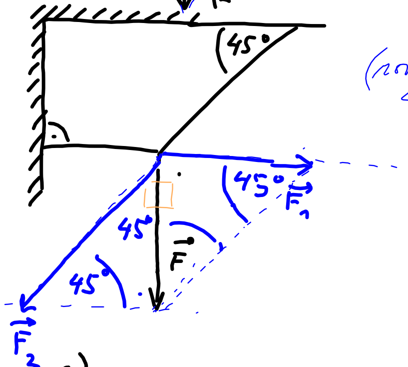
$F = m \cdot g \doteq 0{,}1 \cdot 10 = 1\ N$

$\sin 60° = \dfrac{\frac{F}{2}}{F_1} \quad \Big/ \cdot \dfrac{F_1}{\sin 60°}$

$F_1 = \dfrac{\frac{F}{2}}{\sin 60°} = \dfrac{F}{2 \sin 60°} =$

$= \dfrac{1}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dots \doteq 0{,}58\ N$

b)



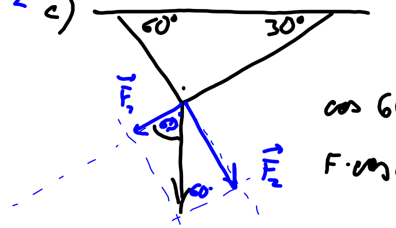
(rovnoramenný Δ) $F_1 = F = mg \doteq 0{,}1 \cdot 10 = \underline{\underline{1\ N}}$

$F_2 = \sqrt{2} \cdot F = \sqrt{2} \cdot mg \doteq \underline{\underline{1{,}4\ N}}$

$\left(\sin 45° = \dfrac{F}{F_2} \Rightarrow F_2 = \dfrac{F}{\sin 45°}\right.$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{F_2} \Rightarrow F_2 = \dfrac{2}{\sqrt{2}} \doteq \underline{\underline{1{,}4\ N}}$

c)



$\cos 60° = \dfrac{F_1}{F} \quad \Big/ \cdot F$

$F \cdot \cos 60° = F_1$

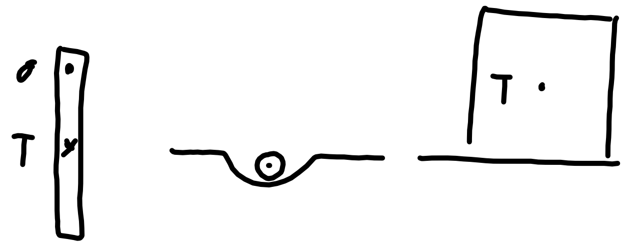
$\vdots$

„... musím to brát optimisticky, s úsměvem na rtech vstříc do čistírny, kde budu vzkoušena, musím úplně to ..." a dál jsem to neslyšel :-)

Rovnovážná poloha –

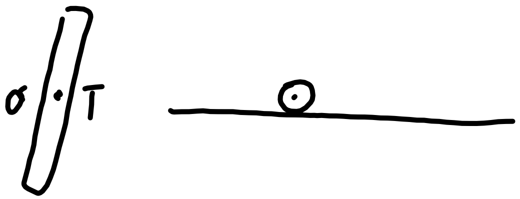
$$\left(\sum \vec{M} = \vec{0}\ ;\ \sum \vec{F} = \vec{0}\right)$$

- stálá



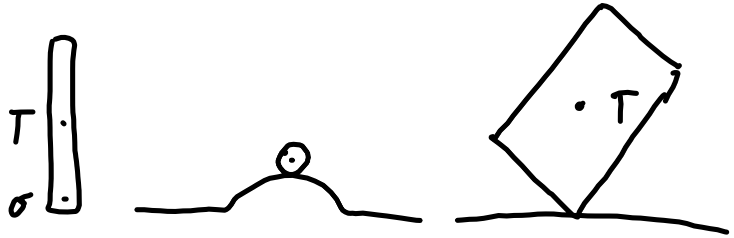
E_p ... min (při vychýlení se zvýší)

- volná



E_p ... stálá

- vratká



E_p ... max

(při vychýlení se sníží)

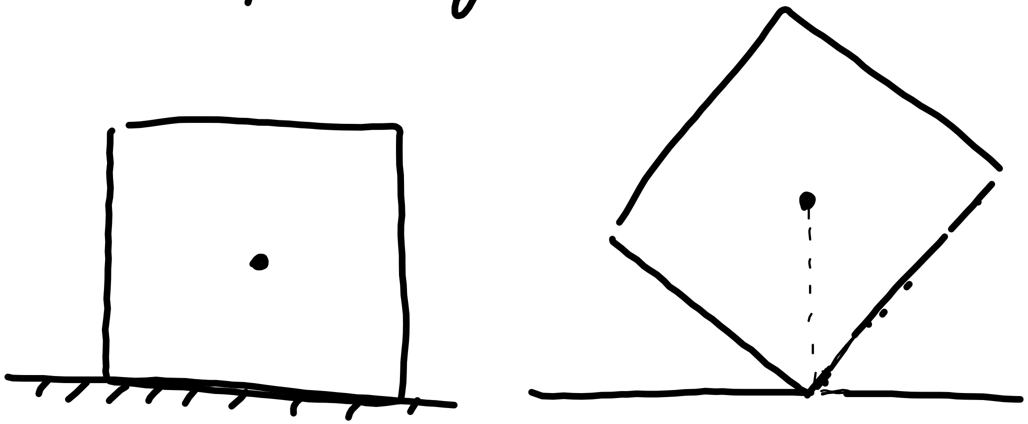
Stabilita

stabilitu zvýšíme –

+

–

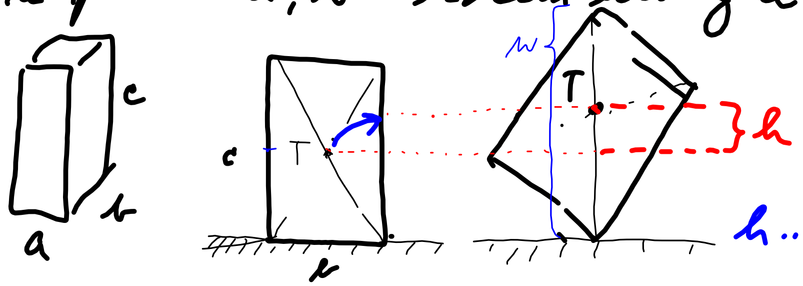
mírou stability – je práce, kterou musíme vykonat, abychom těleso převedli z rovnovážné polohy stálé do polohy vratké.



<u>Př:</u> Spočítejte práci potřebnou k otočení kvádru o rozm. 5, 10, 20 cm kolem jeho hrany tak, aby přešel z rovnov. pol. stálé do polohy vratké. (celkem 6 možností) Hmotnost je 1 kg.

$a = 5\,cm$, $b = 10\,cm$, $c = 20\,cm$

1) v podst. a, b - kolem hrany a.



$W = mgh$

h … zvýšení těžiště

$$h = \frac{u}{2} - \frac{c}{2}\;;\quad u = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{500}\ (\doteq 23{,}36)$$

$$h \doteq 1{,}18\ cm = 0{,}0118\ m$$

$$W = mgh \doteq 10 \cdot 0{,}0118 = \underline{\underline{0{,}118\ J}}$$

výsl.	a, b	- kolem b	$W = 0{,}031\ J$	
	b c	c	$1{,}118\ J$	0,3
max	b c	b	$0{,}781\ J$	

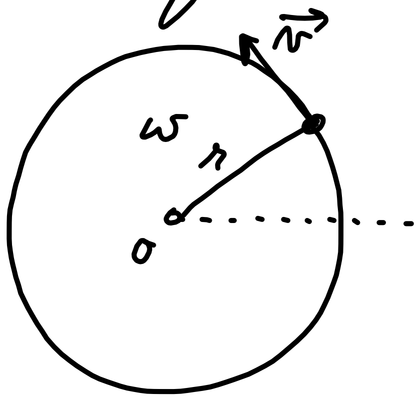
DÚ - poznámky: kin. energie tuhého tělesa (viz učebnice)

Kin. energ. hmotného bodu: $E = \frac{1}{2} \cdot m v^2$

Energ. tuhého tělesa spočteme jako kin. energii hmotného bodu umístěného do těžiště – navíc má těleso energii rotačního pohybu: $E = \frac{1}{2} m v^2 + E_R$

rychlost těžiště (rych. translačního pohybu)

Energie rotačního pohybu

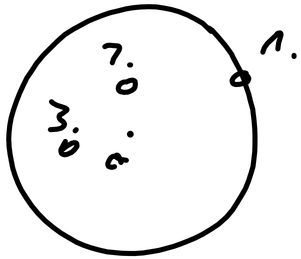


$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \cdot (\omega \cdot r)^2 =$$

konst. pro daný bod

$$= \frac{1}{2} \underbrace{m \cdot r^2}_{\text{konst.}} \cdot \omega^2$$

Těleso (koule)



$$E_K = E_{K1} + E_{K2} + \dots =$$

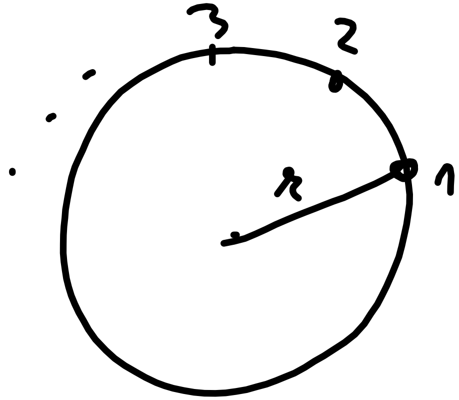
$$= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \dots\dots =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots\right)}_{\text{moment setrvačnosti } J} \cdot \omega^2$$

(E_R)

$$E_K = \frac{1}{2} J \omega^2$$

Př: moment setrvačnosti obruče o hmotnosti 1 kg a poloměru 0,5 m.



$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots =$$

$$= r^2 \underbrace{(m_1 + m_2 + \dots)}_{m} = m \cdot r^2$$

$$r_1 = r_2 = \dots = r$$

$$r = 0{,}5\ \mathrm{m}$$

$$m = 1\ \mathrm{kg}$$

$$J = m r^2 = 1 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}25\ \underline{\mathrm{kg \cdot m^2}}$$

Obruč má moment setrvačnosti $0{,}25\ \mathrm{kgm^2}$.

moment setrv. válce $J_v = \frac{1}{2} m R^2$

koule $J_K = \frac{2}{5} m R^2$

tyče $J_T = \frac{1}{12} m l^2$ (osa $\perp$ k tyči vede středem tyče, l je její délka)

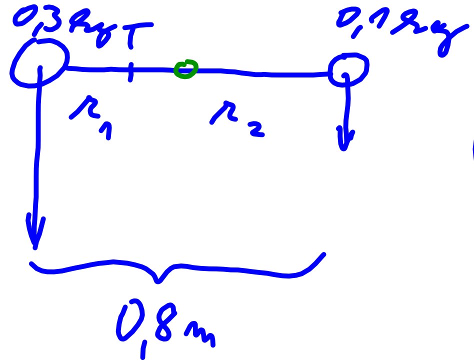
DÚ Příklady 171 + úlohy

14/6 ↓ 17

PF: (str 71)

a) osa proch. těžištěm

1) ... určím polohu těžiště



$$0{,}3 r_1 = 0{,}1 r_2$$
$$r_1 + r_2 = 0{,}8$$
$$r_2 = 3 r_1$$
$$r_1 + r_2 = 0{,}8$$
$$r_1 + 3 r_1 = 0{,}8$$
$$4 r_1 = 0{,}8$$
$$\underline{\underline{r_1 = 0{,}2\ \text{m}}} \quad \underline{\underline{r_2 = 0{,}6\ \text{m}}}$$

2. moment setrvačnosti

$$J = J_1 + J_2 = m_1 \cdot r_1^2 + m_2 r_2^2 = \dots 0{,}048\ \text{kg m}^2$$

3. $E_K = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}048 \cdot 10^2 = \underline{\underline{2{,}4\ \text{J}}}$

b) podélní

Při současném posuvném i otáčivém pohybu je celková energie součtem

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2 \qquad **$$

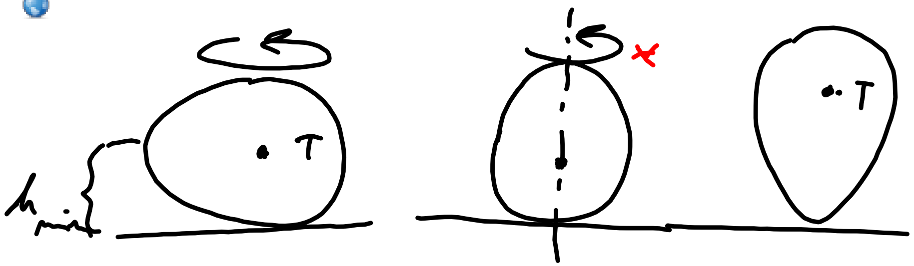
v ... rychlost pohybu těžiště

J ... moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející těžištěm

pozn. při „volné" rotaci bude těleso rotovat vzhledem k ose proch. těžištěm.

... k pokusům s vařeným vajíčkem

http://www.sciencegate.cz/images/video/vajicko%20syrove%20a%20varene.avi



$$E = E_K + E_P \quad \dots \text{min} \; *$$

(roli hrají i jiné vlivy)

pozn. pro zájemce:

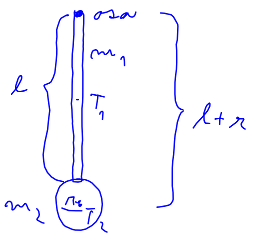
moment setrvačnosti tělesa, které rotuje kolem osy proch. mimo těžiště:

$$J = mR^2 + J_T$$

R ... vzdál. těžiště od osy

J_T ... moment setrvačnosti vzhledem k ose procházející těžištěm (rovnoběžné s osou otáčení celého tělesa).

Př: Určete moment setrvačnosti kyvadla tvořeného tyčí o hmotnosti 0,1 kg a délce 1 m, ke které je připevněna kruhová deska o hmotnosti 1 kg a o poloměru 0,1 m (podle obrázku).



$$J = J_1 + J_2 = m_1\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} m_1 l^2 + m_2 (l+r)^2 + \frac{1}{2} m_2 r^2 =$$

$l = 1\,m$

$r = 0{,}1\,m$

$m_1 = 0{,}1\,kg$

$m_2 = 1\,kg$

$$= 0{,}1 \cdot 0{,}25 + \frac{0{,}1}{12} + 1{,}21 + \frac{0{,}01}{2} =$$

$$= 0{,}025 + 0{,}008\bar{3} + 1{,}21 + 0{,}005 =$$

$$= \underline{1{,}248\bar{3}\ kg\,m^2}$$

Moment setrvačnosti kyvadla je přibližně $1{,}25\ kg\,m^2$.

(moment setr. tyče $J = \frac{1}{12} m l^2$

-"- kruh. desky $J = \frac{1}{2} m R^2$)

J_1 ... mom. setr. tyče

J_2 ... -"- desky

T_1 ... těžiště tyče

T_2 ... těžiště kruh. desky – válce

Poznámky ... další vlastnosti setrvačníků

„závody" válečků

(s různými momenty setrvačnosti)

Mechanika tekutin

DÚ - opakování základních pojmů

z hydromechaniky viz tercie:

http://v.smid.sk/notebook/ftb_2014.pdf

23.6.2017