

Zákon zachování celkové energie.

S každou změnou energie soustavy se mění její celková hmotnost podle vztahu

$$\Delta E = \Delta mc^2 \quad \begin{array}{l} \Delta E - \text{přírůstek energie} \\ \Delta m - \text{přírůstek hmotnosti} \end{array}$$

$$E_0 = m_0 c^2 \quad \begin{array}{l} E_0 - \text{klidová energie} \\ m_0 - \text{klidová hmotnost} \end{array}$$

Pro celkovou energii

$$E = E_0 + \Delta E = m_0 c^2 + \Delta mc^2 = mc^2$$

platí zákon zachování:

Celková energie izolované soustavy zůstává při všech dějích probíhajících uvnitř soustavy konstantní a je rovna

$$\mathbf{E = mc^2}$$

STR - příklady

- 1) Kosmická loď letí ke hvězdě vzdálené 4 světelné roky rychlostí 0,8 c vzhledem k Zemi. Jak dlouho bude trvat cesta na hvězdu pro pozorovatele na Zemi a jak dlouho pro pozorovatele na lodi?
- 2) Kolem Země proletěla kosmická loď, která má klidovou délku 100 m. Jakou měla rychlost, jestliže pozorovatelé na Zemi zjistili délku pouze 99,99 m?
- 3) O kolik gramů se zvýšila hmotnost kosmické lodi Vostok 1 (v důsledku relativistické dynamiky)? Klidová hmotnost byla 4725 kg a rychlost 8 km/s.
- 4) Určete přírůstek hmotnosti jednoho litru vody při ohřátí z 0 °C na 100 °C.
- 5) Z kosmické lodi, která se od Země vzdaluje rychlostí 200 000 km/s je směrem od Země vystřelen modul rychlostí 200 000 km/s. Jakou rychlost má modul vzhledem k Zemi?

- 1) Kosmická loď letí ke hvězdě vzdálené 4 světelné roky rychlostí 0,8 c vzhledem k Zemi. Jak dlouho bude trvat cesta na hvězdu pro pozorovatele na Zemi a jak dlouho pro pozorovatele na lodi?

Δt – doba pohybu vzhledem k Zemi

Δt_0 – doba pohybu měřená na lodi

$$s = 4 \text{ ly (světelné roky)} = 4 \cdot r \cdot c$$

(r – doba jednoho roku)

$$v = 0,8 c$$

$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{4 \cdot r \cdot c}{0,8 \cdot c} = 5r$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t_0 = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 5r \cdot \sqrt{1 - \frac{0,8^2 \cdot c^2}{c^2}} = 5r \cdot \sqrt{1 - 0,64} = 5r \cdot \sqrt{0,36} = 5r \cdot 0,6 = 3r$$

Pro pozorovatele na Zemi bude trvat cesta 5 let a pro pasažéry na lodi to budou 3 roky.

- 2) Kolem Země proletěla kosmická loď, která má klidovou délku 100 m. Jakou měla rychlost, jestliže pozorovatelé na Zemi zjistili délku pouze 99,99 m?

$$L = 99,99 \text{ m}$$

$$l_0 = 100 \text{ m}$$

$$v = ?$$

$$l = l_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$\frac{l}{l_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

$$\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 = 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2$$

$$v = \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} \cdot c = \sqrt{1 - \left(\frac{99,99}{100}\right)^2} \cdot c \doteq 0,01414c \doteq 4240 \text{ km/s}$$

Kosmická loď měla rychlost přibližně 4 240 km/s.

3) O kolik gramů se zvýšila hmotnost kosmické lodi Vostok 1 (v důsledku relativistické dynamiky)? Klidová hmotnost byla 4725 kg a rychlost 8 km/s.

$$m_0 = 4725 \text{ kg}$$

$$v = 8 \text{ km/s}$$

$$\begin{aligned} m - m_0 &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m_0 = \frac{m_0 - m_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = m_0 \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \\ &= 4725 \cdot \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{8}{300000}\right)^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{8}{300000}\right)^2}} = 4725 \cdot \frac{1 - 0,9999999999644}{0,9999999999644} \doteq 1,68 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 1,68 \text{ mg} \end{aligned}$$

Hmotnost kosmické lodi se zvýšila přibližně o 1,68 mg.

4) Určete přírůstek hmotnosti jednoho litru vody při ohřátí z 0 °C na 100 °C.

$$m_0 = 1 \text{ kg}$$

$$c_v = 4200 \text{ J/kgK} \quad (\text{měrná tepelná kapacita vody})$$

$$\Delta E = \Delta mc^2 \quad (\text{energie dodaná vodě ohřevem se projeví přírůstkem celkové energie})$$

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{4200 \cdot 1 \cdot 100}{(3 \cdot 10^8)^2} = \frac{4,2 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^{16}} \doteq 4,67 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$$

Přírůstek hmotnosti bude přibližně $4,67 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$.

5) Z kosmické lodi, která se od Země vzdaluje rychlostí 200 000 km/s je směrem od Země vystřelen modul rychlostí 200 000 km/s. Jakou rychlost má modul vzhledem k Zemi?

$$v = 200\,000 \text{ km/s} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$u' = 200\,000 \text{ km/s} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$c = 300\,000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$u = ? \quad (\text{dosadíme do vzorce pro relativistické skládání rychlostí})$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}} = \frac{2 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^8}{1 + \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^8}{(3 \cdot 10^8)^2}} = \frac{4 \cdot 10^8}{1 + \frac{4 \cdot 10^{16}}{9 \cdot 10^{16}}} = \frac{4 \cdot 10^8}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{4 \cdot 10^8}{\frac{9+4}{9}} = \frac{9}{13} \cdot 4 \cdot 10^8 \doteq 2,77 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Modul se bude vzhledem k Zemi pohybovat rychlostí přibližně $2,77 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. (277 000 km/s)